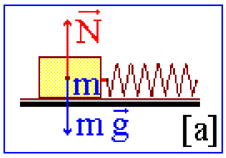
2.01 INTERACCIÓN POR CONTACTO ENTRE SUPERFICIES SECAS.

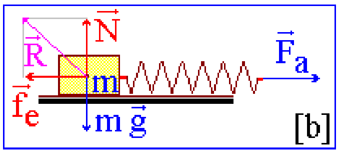
Consideraremos las características de las fuerzas que resultan de la interacción entre superficies secas en contacto, como podría ser el caso mostrado en la figura siguiente, donde un cuerpo de masa (m) está apoyado sobre una superficie horizontal sometido a la interacción con un muelle inicialmente sin deformar.

Para la situación planteada, donde el resorte está sin deformar, las únicas fuerzas a las que se encuentra sometido el cuerpo son las indicadas en la figura y puesto que está en equilibrio.



$$N = m\,g$$

Suponiendo ahora que el resorte se somete a una pequeña elongación, como la sugerida en la figura siguiente y que a pesar de esto el cuerpo continúa en equilibrio, es claro que la única alternativa para dar una explicación al fenómeno es pensar que la fuerza (**R**) resultante de la interacción con la superficie horizontal ha cambiado, como se sugiere en dicha figura, de manera el cuerpo pueda permanecer en equilibrio, con lo que la ecuación de Newton para esta nueva situación vendrá dada por:



$$\vec{F}_a + \vec{R} + m\vec{g} = 0$$

Expresando a la fuerza que resulta de la interacción entre las superficies en contacto, como la suma de una componente normal (N) y una componente tangente a las superficies en contacto, que reconoceremos como fuerza de rozamiento estático (f_e), es claro que la anterior puede expresarse como:

$$\vec{F}_a + \vec{f}_e + \vec{N} + m\vec{g} = 0$$

Que evaluada según una dirección normal y una tangente a dichas superficies en contacto, nos proporciona el siguiente sistema de ecuaciones escalares.

$$F_a - f_e = 0$$

$$N - mg = 0$$

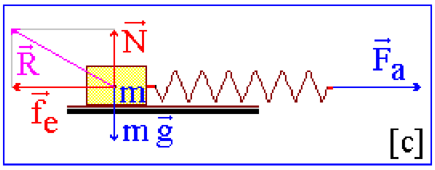
De donde:

$$f_e = F_a$$

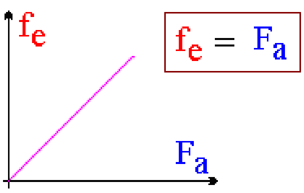
$$N = mg$$

Suponiendo que continuamos elongando el muelle y que la condición de equilibrio se mantiene, entonces la componente tangente a las superficies en contacto o fuerza de rozamiento estática, se habrá incrementado lo necesario para mantener el equilibrio relativo entre las superficies, como se sugiere en la figura siguiente.

Donde además podemos notar que, como la componente normal de la mencionada interacción no cambia, es entonces necesario un cambio en la dirección de la fuerza (R) que resulta de la interacción entre las superficies en contacto.

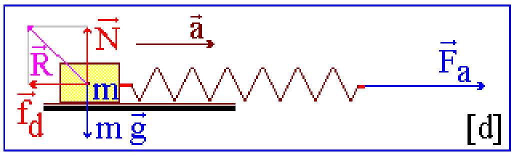


Teniendo en cuenta lo indicado anteriormente, y mientras se mantenga la condición de equilibrio, la componente tangente a las superficies en contacto, que como ya lo mencionamos, reconoceremos como Fuerza de Rozamiento Estática, tomará diferentes valores, coincidentes con los de la fuerza aplicada mediante el muelle como se indica en la gráfica lateral.



Sin embargo este idilio entre ambas fuerzas no podemos esperar que perdure para cualquier valor de la fuerza aplicada al cuerpo mediante su interacción con el muelle. Efectivamente, si continuamos elongando el resorte llegará un momento en el que se rompe el equilibrio entre las superficies en contacto como consecuencia de que, la interacción entre las mencionadas

superficies no puede dar lugar a una fuerza con una componente tangencial (fuerza de rozamiento) como la necesaria para mantener el estado de equilibrio al que estamos haciendo referencia, como se sugiere en la siguiente figura, donde se supone superada la situación de referencia.

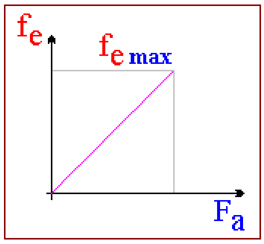


Experimentalmente se verifica que para una dada interacción entre dos superficies en contacto y en equilibrio relativo, el máximo valor que puede tomar la componente tangencial o fuerza de rozamiento, es directamente proporcional al valor que toma la componente normal y el factor de proporcionalidad, que en adelante reconoceremos como coeficiente de rozamiento estático, depende de las características físicas de las superficies en contacto, no de las dimensiones de dichas superficies, resultando así que el mencionado valor máximo para la componente de rozamiento puede expresar formalmente como:

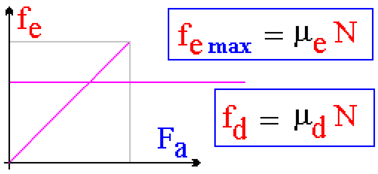
$$f_{e,max} = \mu\, N$$

Siendo importante destacar que, como en general el valor de la componente normal dependerá de la situación en consideración, la componente de rozamiento máxima a que podrá dar lugar una interacción también dependerá de la mencionada situación.
En este momento resulta oportuno rescatar dos aspectos ya mencionados explícita o implícitamente pero que suelen generar confusiones poco convenientes al considerar este tema.

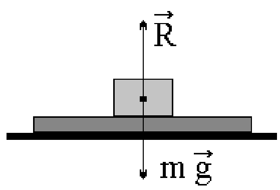
- La fuerza que resulta de la interacción entre las superficies en contacto aquella que en la situación planteada indicamos con (**R**), la que llamamos fuerza de rozamiento al igual que la normal son en realidad, solamente componentes ortogonales de la anterior.
- La componente tangente a las superficies en contacto o fuerza de rozamiento puede tomar cualquier valor entre cero y el máximo indicado en la gráfica siguiente. El valor que tome en este intervalo dependerá de la situación en consideración.



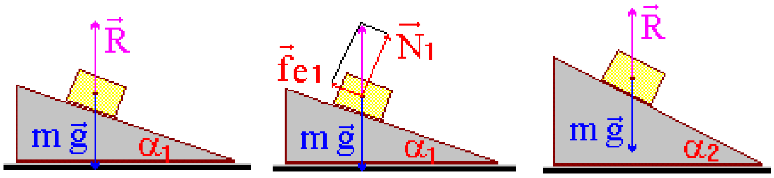
Rozamiento Dinámico.
Una vez roto el equilibrio entre las superficies, se comprueba que la componente de rozamiento toma un valor inferior al máximo que podía tomar la fuerza de rozamiento estática, como se sugiere en la figura siguiente, permaneciendo constante e independiente del valor que tenga la fuerza aplicada, resultando que su módulo puede vincularse con la componente normal mediante un nuevo coeficiente, al que reconoceremos como coeficiente de rozamiento dinámico, como se indica a continuación.
Finalmente y aún cuando esto resulte obvio, es conveniente observar que la componente de rozamiento dinámica es una fuerza dirigida siempre en sentido opuesto al movimiento y por lo tanto estará asociada con disminuciones en la velocidad del cuerpo, o sea, con una disipación de la energía del sistema.



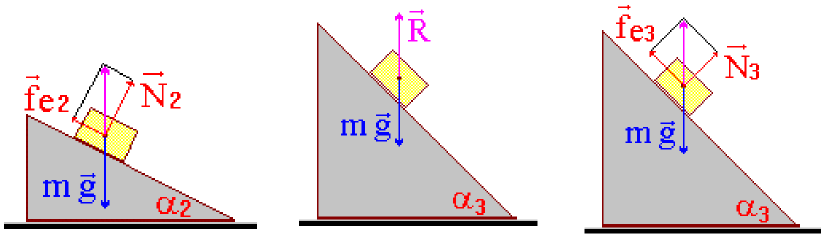
Determinación del Coeficiente de Rozamiento Estático.
Consideremos el caso de un cuerpo apoyado sobre una superficie horizontal como se muestra en la figura lateral, en cuyo caso, teniendo en cuenta que el cuerpo está en reposo, su interacción con la superficie dará lugar a una fuerza en la dirección normal a la misma, como se indica en la figura, cuyo módulo coincidirá con el de la fuerza que resulta de la interacción gravitatoria.



Suponiendo ahora que inclinamos la superficie, de manera que esta forme un cierto ángulo con la horizontal y si el cuerpo continúa en reposo, teniendo en cuenta que la fuerza gravitatoria a la que se encuentra sometido no a cambiado, es claro entonces que la fuerza que resulta de la interacción entre el cuerpo y la superficie continuará siendo la misma que en el caso anterior, como se sugiere en la primera de las figuras que continúan, siendo posible en esta oportunidad expresar a la mencionada fuerza como la suma de dos componentes ortogonales, una normal a la superficie en contacto y la restante tangente a la misma, que hemos identificado como fuerza de rozamiento, tal como se indica en la segunda de las figuras siguientes.



Incrementando nuevamente el ángulo y suponiendo que el cuerpo continúa en reposo es claro que la fuerza que resulta de la interacción entre las superficies en contacto no a cambiado, lo que a cambiado son las componentes ortogonales según las direcciones normal y tangencial a las superficies en contacto como se sugiere en las figuras siguientes.



Finalmente, y suponiendo que el ángulo (α_3) fuera tal que al superarlo se rompe el equilibrio entre las superficies en contacto, es claro entonces que para esa abertura la componente de rozamiento ha tomado el máximo valor posible, esto es:

$$f_{e,3} = \mu_e N_3$$

Teniendo en cuenta que en estas condiciones el cuerpo permanece en equilibrio, entonces:

$$\vec{R} + m\vec{g} = 0$$

Que evaluada en componentes según las direcciones tangente y normal a las superficies en contacto nos proporciona las siguientes ecuaciones escalares.

$$mg\,\mathrm{sen}\,\alpha_3 - f_{e3} = 0$$

$$N_3 - mg\cos\alpha_3 = 0$$

De donde:

$$f_{e3} = mg\,\mathrm{sen}\,\alpha_3$$

$$N_3 = mg\cos\alpha_3$$

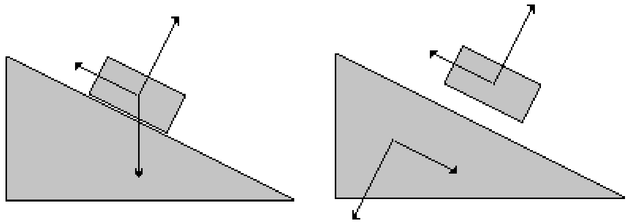
Teniendo en cuenta estas conclusiones en la expresión indicada anteriormente, para el valor máximo que toma la componente de rozamiento, resulta:

$$\mu_e = \mathrm{tg}\,\alpha_3$$

Relación y método que nos pueden permitir efectuar una determinación experimental del coeficiente de rozamiento estático entre las superficies en consideración.

Rozamiento Vs. Principio de Acción y Reacción.
Con frecuencia, al considerar macroscópicamente el rozamiento entre superficies secas, el tema es tratado de manera que su presentación resulta incompatible con lo previsto por el principio de acción y reacción como puede notarse en lo que se menciona a continuación.

Según lo prevé el mencionado principio, como resultado de una interacción debemos esperar un único par de fuerzas de igual módulo, igual dirección y sentido opuesto, aplicadas cada una de ellas, sobre cada uno de los cuerpos involucrados en la interacción.
Sin embargo al presentar el rozamiento entre dos superficies secas, generalmente se lo hace de manera que esta fuerza aparece como una de las dos que resultan de la interacción entre las mencionadas superficies, la restante generalmente se la suele identificar como la normal a las superficies en contacto, tal como se sugiere en la primera de las figuras que se muestran a continuación.



Con lo que, como resultado de una interacción, entre el cuerpo y la cuña aparecen dos pares de fuerza (la normal y la fuerza de rozamiento) aplicadas sobre cada uno de los cuerpos que interactúan, como se muestra en la segunda figura, y no un único par de fuerzas, como lo requiere el principio enunciado inicialmente.
Aceptando que una interacción da lugar a un único par de fuerzas, entonces la fuerza de rozamiento no es otra cosa que una de las componentes ortogonales en que se puede descomponer la fuerza que resulta de la interacción entre las superficies, cuyo valor y sentido, en el caso de no existir deslizamiento, dependerá de la situación en consideración, tal como se lo pone de manifiesto en lo considerado anteriormente.

2.02 INTERACCIÓN CON UN MEDIO VISCOSO.

Otra fuerza con características disipativas, al igual que el rozamiento dinámico, es la que resulta de la interacción entre un cuerpo y un medio viscoso o bien como consecuencia de la interacción entre dos superficies cuando media entre ellas un lubricante. En cuyo caso las fuerzas tendrán sentido opuesto al movimiento y de diferentes maneras, dependerán de la velocidad del cuerpo como se indica en la expresión siguiente.

$$\vec{F}_v = -f(v)\frac{\vec{v}}{v}$$

Donde f (v) es una función escalar del módulo del vector velocidad, que en general dependerá, entre otras cosas, de la viscosidad del medio y de parámetros vinculados con la geometría del problema.
En particular cuando una esfera de pequeño diámetro se desplaza en un medio viscoso se verá sometida a una fuerza como la que se indica a continuación:

$$\vec{F}_v = -k_v\vec{v}$$

Donde para la situación indicada (k_v) es una constante que depende de la viscosidad, de la densidad del medio y de las dimensiones de la esfera empleada.
Así, al considerar la caída de un cuerpo en un medio viscoso, la fuerza a la que se verá sometido el cuerpo como resultado de su interacción con el medio dará lugar a una aceleración en la dirección vertical y en sentido opuesto al movimiento, dada por:

$$\ddot{y} = b - c\dot{y}$$

Donde la constante (b) está asociada con el empuje de Arquímides a que se ve sometido el cuerpo por estar sumergido en un fluido y la constante (c) con la viscosidad del medio y la geometría del problema, con lo que de la anterior resulta:

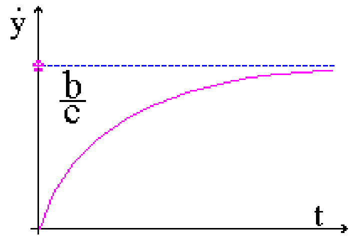
$$\frac{d\dot{y}}{b - c\dot{y}} = dt$$

De donde, luego de integrar entre límites compatibles y suponiendo nula la velocidad en el instante inicial, de la anterior obtenemos:

$$\ln\left(\frac{b - c\dot{y}}{b}\right) = -ct$$

Con lo que la velocidad variará con el tiempo según:

$$\dot{y} = \frac{b}{c}\left(1 - e^{-ct}\right)$$



Cuya gráfica cualitativa se muestra en la figura lateral, donde la velocidad del cuerpo tenderá exponencialmente a un valor máximo dado por:

$$\dot{y}_{max} = \frac{b}{c}$$

Siendo interesante destacar que se requiere un tiempo infinito para alcanzar dicho valor.

Mediante la simulación a la que puede acceder ejecutando el archivo **Amortiguado.htm** incluido en la carpeta del mismo nombre, podrá observar las variaciones temporales en la velocidad de una pequeña esfera que se deja caer desde el reposo en un medio viscoso, para diferentes valores de la mencionada magnitud.

Laboratorio Virtual V.
Determinación Dinámica de la Viscosidad de un Fluido.
Mediante la simulación a la que puede acceder ejecutando el archivo **Stokes.htm** incluido en la carpeta del mismo nombre, deberá determinar la viscosidad de un fluido, estudiando la caída de pequeñas esferas en dicho medio y siguiendo las indicaciones que en la página se ofrecen.

2.03 FENÓMENOS PERIÓDICOS.

Como una adecuada introducción al tema se recomienda correr el video **Periodicos**, destinado a ilustrar el comportamiento de sistemas físicos que evolucionan con características que se repiten en el tiempo, en cuyo caso diremos que estamos frente a un **fenómeno periódico,** que podremos caracterizar mediante parámetros como los que se indican a continuación.

Período.
Es el tiempo al cabo del cual las magnitudes que caracterizan el estado de un sistema toman nuevamente los mismos valores. Así en el caso de una partícula que se mueve a lo largo de una trayectoria circular con una velocidad de módulo constante, al tiempo que tarda en dar una vuelta completa lo identificamos como el período del movimiento. De la misma manera un cuerpo suspendido a un muelle que es apartado de su posición de equilibrio para luego dejarlo en libertad, oscilará alrededor de dicha posición, en cuyo caso identificaremos al tiempo que tarda en efectuar una oscilación completa como el período de la oscilación. Un vídeo es en realidad una secuencia de fotografías tomadas con intervalos de tiempo muy pequeños para lo cual el obturador de la filmadora esta diseñado de manera que la apertura y cierre del mismo se produce cada un cierto intervalo de tiempo, que reconocemos como período de obturación. Una lámpara de destellos o estroboscópica esta diseñada de manera que produce un corto destello a intervalos de tiempo que podemos prefijar y que reconocemos como período de destellos.

Frecuencia.
Entenderemos por frecuencia al número de veces que en un segundo las magnitudes que caracterizan el estado de un sistema toman los mismos valores. Teniendo en cuenta esto es claro que la relación entre la frecuencia y el período vendrá dada por:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Así, en el caso de una partícula animada de un movimiento circular uniforme, la frecuencia del movimiento nos proporciona el número de vueltas que completa en un segundo (vueltas/seg.). En el caso del resorte que oscila alrededor de su posición de equilibrio, la frecuencia de la oscilación nos proporcionará el número de oscilaciones en la unidad de tiempo. En el caso de la filmadora, la frecuencia de obturación nos proporciona el número de aperturas por segundo y en el caso de la lámpara estroboscópica, su frecuencia de disparos nos proporciona el número de destellos en la unidad de tiempo.

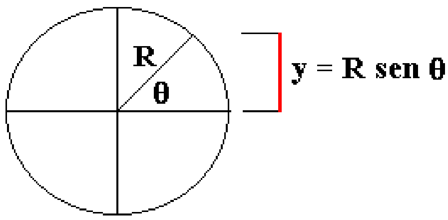
Frecuencia angular.

Como lo veremos a lo largo de los próximos temas, a menudo resulta útil definir una nueva magnitud que conocemos como frecuencia angular (w), relacionada con las anteriores mediante:

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \text{por lo tanto} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Introducción al Estudio de un Movimiento Armónico Simple.

Previamente a iniciar el tema se recomienda ejecutar el archivo **Mas.htm**, incluido en la carpeta del mismo nombre que le permitirá acceder a una simulación en la que se ofrece una interesante comparación entre las variaciones temporales observadas en la coordenada vertical de un cuerpo que oscila suspendido a un muelle, con las variaciones temporales en una de las coordenadas que caracterizan la posición de una partícula animada de un movimiento circular uniforme, para diferentes valores que podrá establecer manualmente, de la frecuencia, ángulo de fase y amplitud de la oscilación, en cuyo caso y como se muestra en la figura siguiente, la coordenada de la partícula que se mueve a lo largo de la trayectoria circular dependerá de la coordenada angular según.



Donde, teniendo en cuenta que la velocidad angular (w) es constante, a la coordenada angular en función del tiempo podemos expresarla como:

$$\theta = w\,t$$

Con lo que la coordenada vertical de la partícula, en función del tiempo, vendrá dada por:

$$y(t) = R\,\text{sen}\,wt$$

Donde hemos supuesto que el valor de la coordenada angular en el instante inicial es nulo, por lo que y suponiendo que en dicho instante la coordenada pudiera tener un valor no nulo, la anterior nos queda:

$$y(t) = R\,\text{sen}\,(wt + \delta)$$

Expresión, que como lo podemos apreciar en la simulación indicada anteriormente, también nos caracteriza las variaciones temporales en la coordenada vertical de la partícula que oscila suspendida al muelle alrededor de su posición de equilibrio, en cuyo caso R nos proporciona el máximo valor que toma dicha coordenada y que conocemos como la **amplitud** con la que oscila el cuerpo alrededor de su posición de equilibrio, siendo este un movimiento que reconoceremos como **armónico simple**.

Teniendo en cuenta que luego de un período el valor de dicha coordenada tendrá que ser el mismo, resulta entonces que:

$$R\,\text{sen}\left[w(t + T) + \delta\right] = R\,\text{sen}\left[wt + wT + \delta\right]$$

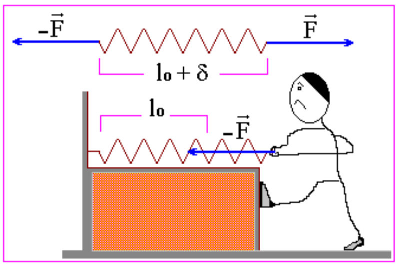
De donde obtenemos que el período deberá ser tal que:

$$wT = 2\pi \qquad \therefore \qquad w = \frac{2\pi}{T} \qquad \therefore \qquad w = 2\pi\nu$$

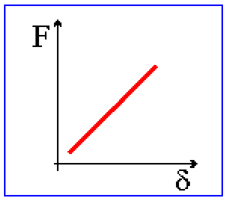
Magnitud que, como ya lo mencionamos, conocemos como **frecuencia angular**.

2.04 INTERACCIÓN CON UN MUELLE LINEAL.

Consideraremos a continuación las fuerzas que resultan de la interacción con un muelle como las que se sugieren en la figura siguiente.



Llamando longitud propia (l_0) a la longitud del muelle sin deformar, se comprueba experimentalmente que para determinados rangos de deformaciones, la fuerza resultante de la interacción entre el muelle y el agente encargado de producir la deformación es proporcional a dicha deformación (**δ**), como se muestra en la gráfica siguiente, lo que formalmente podemos expresar como:

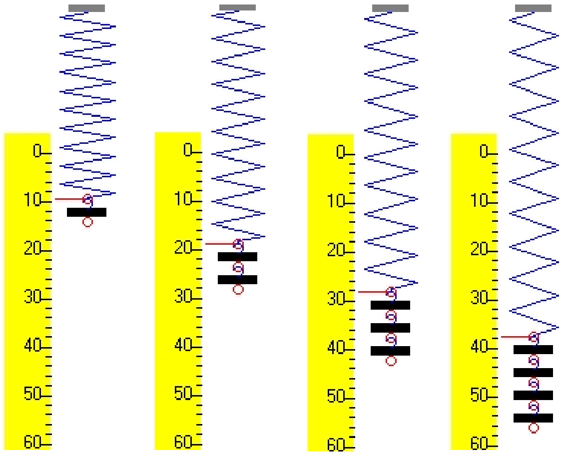


$$F = k\,\delta$$

Donde (δ) es la deformación del muelle y (k) una constante que lo caracteriza, que identificaremos como constante elástica del mismo.

Con referencia al comportamiento de un muelle cuando es sometido a deformaciones resulta oportuno destacar que la linealidad entre la fuerza y la deformación generalmente no existe en el caso de pequeñas deformaciones y también se pierda si se somete el sistema a grandes deformaciones, dando lugar en este último caso al fenómeno conocido como de deformación plástica, consecuencia de lo que una vez liberado el muelle no recupera las características iniciales. Por lo que debe cuidarse de que el sistema opere en la zona lineal, si deseamos que sean válidas las conclusiones mencionadas en el párrafo anterior y evitar el deterioro permanente del muelle empleado.

Laboratorio Virtual VI
Determinación Estática de la Constante Elástica de un Muelle.



Las imágenes laterales nos muestra las diferentes deformaciones a las que se verá sometido un muelle del que se suspenden cuerpos de diferentes masas, resultando que las deformaciones observadas en el muelle estarán relacionadas con la fuerza aplicada y por lo tanto con el peso y masa de los cuerpos suspendidos, mediante:

$$m\,g = k\,\delta$$

Donde (k) es la constante que caracteriza al muelle, que llamamos constante elástica del mismo.

Mediante la primera de las simulaciones que se ofrecen en la página a la que puede acceder ejecutando **Muelle-1.htm**, podrá determinar las deformaciones a las que se ve sometido un muelle, como consecuencia de diferentes masas suspendidas al mismo y con las mediciones realizadas deberá:

- Representar las deformaciones del muelle en función del **peso** del cuerpo suspendido.
- Trazar la recta que mejor ajuste al conjunto de puntos obtenidos.
- Determinar la constante elástica del muelle, teniendo en cuenta que para la situación en consideración y de acuerdo a lo indicado anteriormente, las deformaciones del muelle y el peso del cuerpo suspendido estarán relacionados mediante:

$$\delta = \frac{1}{k}\,mg$$

Finalmente y con el propósito de realizar comparaciones, mediante el icono **“Nuevo”** que ofrece la simulación podrá modificar aleatoriamente la constante elástica del muelle empleado, que deberá determinar mediante el mismo procedimiento.