

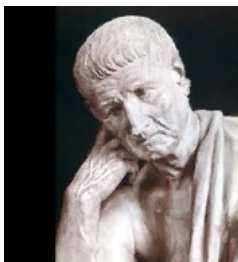


1.01 DEL MODELO GEOCÉNTRICO A LA GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Como una adecuada introducción al tema, se recomienda ejecutar el video **Evolución** donde podrá encontrar una interesante síntesis relacionada con la evolución del conocimiento a lo largo de prácticamente 2000 años de historia, sometida a una fuerte y negativa influencia de la Iglesia Católica, durante el período de la inquisición y empleando métodos de trabajo poco convenientes, causas principales del escaso avance logrado en dicho período, comparado con los logros obtenidos a partir de Galileo y Newton, en estos últimos 400 años de ciencia y tecnología.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente y las propuestas para explicar los fenómenos naturales, sus alcances y metodologías empleadas para convalidar los resultados, bien podemos dividir a los acontecimientos históricos en los tres grandes grupos que se indican a continuación, donde se hace referencia a solamente algunos de los tantos logros y científicos que hicieron aportes de relevancia.

400 AC a 1600	2000 años	Aristóteles Copérnico Galileo	Los temas de estudio estuvieron centrados en un modelo para nuestro sistema planetario, el movimiento de los cuerpos y el principio de inercia.
1600 a 1900	300 años	Newton Faraday Maxwell	Los aportes permitieron el desarrollo de áreas como la Mecánica Clásica, Termodinámica y la Teoría de Campos Electromagnéticos, entre otros.
1900 a 2000	100 años	Planck Einstein Bhor Schrödinger	Se logran grandes avances en temas relacionados con la estructura íntima de la materia, la física atómica y nuclear y en el formalismo que conocemos como Mecánica Cuántica que permitió el desarrollo de la física del estado sólido, base de la sofisticada tecnología actual



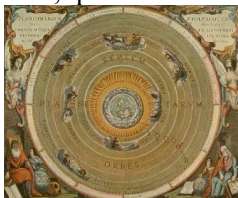
Aristóteles

Discípulo de Platón, modificó muchas de sus ideas para subrayar la importancia de los métodos arraigados en la observación y experimentación. Estudió y sistematizó casi todas las ramas del conocimiento y proporcionó las primeras relaciones ordenadas de la Psicología, Física y Biología.

En Astronomía propone un Universo esférico y finito que tiene a la Tierra como centro, modelo **Geocéntrico**.

384 - 322 AC

La teoría aristotélica propone que el movimiento siempre se lleva a cabo a través de un medio de resistencia es en realidad válida para todos los movimientos terrestres observables. Aristóteles sostiene también que los cuerpos más pesados de una materia específica caen de forma más rápida que aquellos que son más ligeros cuando sus formas son iguales, concepto equivocado que se aceptó como norma hasta que el físico y astrónomo italiano Galileo Galileo (1564 a 1642) llevó a cabo sus experiencias con cuerpos arrojados desde la torre de Pisa, que demostraron lo contrario a lo indicado anteriormente.



100 - 170

Tolomeo

Astrónomo y matemático cuyas teorías dominaron el pensamiento científico hasta el siglo XVI. Tolomeo mantenía que la Tierra está inmóvil y se encuentra en el centro del Universo (modelo geocéntrico). El astro más cercano a la Tierra es la Luna y según nos vamos alejando, están Mercurio, Venus y el Sol casi en línea recta, seguidos sucesivamente por Marte, Júpiter, Saturno y las llamadas estrellas inmóviles.

Para explicar los diversos movimientos de los planetas, Tolomeo los describía formando pequeñas órbitas circulares llamadas epiciclos, los centros de los cuales giraban alrededor de la Tierra en órbitas circulares que llamaba, deferentes.

El movimiento de todas las esferas se produce de oeste a este. Tras el declive de la cultura griega clásica, los astrónomos árabes intentaron perfeccionar el sistema añadiendo nuevos epiciclos para explicar las variaciones imprevistas en los movimientos y las posiciones de los



planetas. No obstante, estos esfuerzos fracasaron en la solución de muchas incoherencias del sistema de Tolomeo.



1473 - 1543

Copérnico

Monje y astrónomo polaco, que sostenía al Sol como centro del Universo y a la Tierra, girando una vez al día sobre su eje, y completando cada año una vuelta alrededor del Sol, sistema reconocido como **heliocéntrico** o centrado en el Sol. Pero en el siglo XVI, la idea de que la Tierra se movía no era fácil de aceptar y aunque parte de su teoría fue admitida, la base principal fue rechazada.

Fue objeto de numerosas críticas, en especial de la Iglesia Católica, por negar que la Tierra fuera el centro del Universo.

La mayoría de sus seguidores servían a la corte de reyes, príncipes y emperadores y los más importantes fueron Galileo y el astrónomo alemán Johannes Kepler, que a menudo discutían sobre sus respectivas interpretaciones de la teoría de Copérnico, en particular el astrónomo danés Tycho Brahe llegó, en 1588, a una posición intermedia, según la cual la Tierra permanecía estática y el resto de los planetas giraban alrededor del Sol, que a su vez giraba alrededor de la Tierra.

Con posterioridad a la supresión de la teoría de Copérnico, tras el juicio eclesiástico a Galileo en 1633, que lo condenó por apoyar su teoría, algunos filósofos jesuitas la siguieron en secreto. Otros adoptaron el modelo geocéntrico y heliocéntrico de Brahe. En el siglo XVII, con el auge de las teorías de Newton sobre la gravitación universal, la mayoría de los pensadores en Gran Bretaña, Francia, Países Bajos y Dinamarca aceptaron a Copérnico.

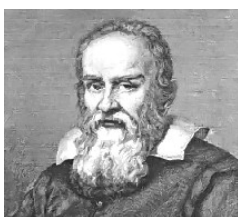


1596 - 1650

Descartes

Filósofo, y matemático francés, a veces considerado el fundador de la filosofía moderna. Aunque al principio apoyó la teoría de Copérnico sobre el Universo, con su idea de un sistema de planetas giratorios moviéndose alrededor del Sol, renunció a esta teoría cuando fue considerada herética por la Iglesia Católica.

Su contribución más notable fue a la geometría analítica, al intentar clasificar las curvas conforme al tipo de ecuaciones que las producen. También inventó el método de los exponentes para indicar las potencias de los números.



1564 - 1642

Galileo Galilei

Físico y astrónomo italiano que junto con el astrónomo alemán Johannes Kepler, comenzó la revolución científica que culminó con la obra del físico inglés Isaac Newton. Su principal contribución a la astronomía fue el uso del telescopio para la observación y descubrimiento de las manchas solares, valles y montañas lunares, los cuatro satélites mayores de Júpiter y las fases de Venus.

A partir de 1595 se inclinó por la teoría de Copérnico, desechando el modelo de Aristóteles y Tolomeo. Solamente la concepción de Copérnico permitía explicar el fenómeno de las mareas basado en el movimiento del sistema Tierra - Luna.

En 1589 trabajó como profesor de matemáticas en Pisa, donde demostró ante sus alumnos el error de Aristóteles, quién afirmaba que la velocidad de caída de los cuerpos dependía de su peso, dejando caer desde la Torre inclinada de esta ciudad dos objetos de geometría similar y pesos diferentes, con el propósito de ilustrar lo que posteriormente se conoció como Ley de Caída de los Cuerpos, según la cual, todos los cuerpos, independiente de su peso caerán con la misma velocidad, tal como se muestra en el video **CaidaLibre**, que se recomienda ejecutar. En 1592 no le renovaron su contrato, por oponerse a la filosofía aristotélica.

Tal como se hace referencia en el video **Evolución** recomendado inicialmente, Galileo fue el primero en hacer referencia a la **inercia** que poseen los cuerpos y que actualmente conocemos como **Principio de Inercia**, generalmente atribuido a Newton y según el cual



“todo cuerpo libre de interacciones conservará su estado de movimiento” y por lo tanto se desplazará con una velocidad de módulo constante a lo largo de una trayectoria recta, o si estaba en reposo, continuará en dicho estado.

En agosto de 1609 presentó al duque de Venecia un telescopio de una potencia similar a los modernos prismáticos binoculares. En diciembre de 1610 pudo observar las fases de Venus, que contradecían a la astronomía de Tolomeo y confirmaban la propuesta de Copérnico.

Los profesores de filosofía se burlaron de los descubrimientos de Galileo, dado que Aristóteles había afirmado que en el cielo sólo podía haber cuerpos perfectamente esféricos y que no era posible que apareciera nada nuevo. En 1614, un cura florentino denunció desde el púlpito a Galileo y a sus seguidores. Éste escribió entonces una extensa carta abierta sobre la irrelevancia de los pasajes bíblicos en los razonamientos científicos, sosteniendo que la interpretación de la Biblia debería ir adaptándose a los nuevos conocimientos y que ninguna posición científica debería convertirse en artículo de fe de la Iglesia Católica.

A principios de 1616, los libros de Copérnico fueron censurados por un edicto, y el cardenal jesuita Roberto Belarmino dio “instrucciones” a Galileo para que no defendiera el concepto de que la Tierra se movía.

En 1624 Galileo empezó a escribir un libro que quiso titular *Diálogo sobre las Mareas*, en el que abordaba las hipótesis de Tolomeo y Copérnico respecto a este fenómeno. En 1630 el libro obtuvo la licencia de los censores de la Iglesia católica de Roma, pero le cambiaron el título por *Diálogo sobre los sistemas máximos*, publicado en Florencia en 1632.

A pesar de haber obtenido dos licencias oficiales, Galileo fue llamado a Roma por la Inquisición a fin de procesarle bajo la acusación de "sospecha grave de herejía". Este cargo se basaba en un informe según el cual se le había prohibido en 1616 hablar o escribir sobre el sistema de Copérnico. En 1663 Galileo fue obligado a abjurar y se le condenó a prisión perpetua, posteriormente conmutada por arresto domiciliario. Los ejemplares del *Diálogo* fueron quemados y la sentencia fue leída públicamente en todas las Universidades.

La última obra de Galileo, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos ciencias nuevas*, publicada en Leiden durante 1638, revisa y afina sus primeros estudios sobre el movimiento y los principios de la mecánica en general, que abrió el camino llevando a Newton a formular la ley de la gravitación universal y que armonizó las leyes de Kepler sobre los planetas con las matemáticas y la física de Galileo. Antes de la publicación de esta obra, Galileo se quedó ciego y murió el 8 de enero de 1642 en Arcetri, cerca de Florencia.

Pero más allá de los conocimientos aportados, ha quedado el papel de Galileo como defensor de la investigación científica sin interferencias filosóficas y teológicas, siendo interesante los temas que se consideran en el video **Galileo**, que se recomienda ejecutar.

En 1979, Juan Pablo II abrió una investigación sobre la condena eclesiástica del astrónomo, y en octubre de 1992, una comisión papal reconoció el error del Vaticano.



1546 - 1601

Tycho Brahe

Astrónomo danés que realizó numerosas y precisas mediciones del Sistema Solar y de más de 700 estrellas. Acumuló más datos que los que se obtuvieron en todas las mediciones astronómicas realizadas hasta la invención del telescopio, en el siglo XVII. Brahe nunca aceptó totalmente el sistema de Copérnico del Universo y buscó una fórmula de compromiso entre éste y el antiguo sistema de Tolomeo.

Johannes Kepler, que fue su ayudante desde 1600 hasta la muerte de éste en 1601, utilizó los datos de Brahe como base para formular sus tres leyes sobre el movimiento de los planetas.



1571 - 1630

Kepler

Astrónomo y filósofo alemán, famoso por formular y verificar las tres leyes del movimiento planetario hoy conocidas como Leyes de Kepler. Estudió teología y ciencias en la Universidad de Tübingen, donde fue influenciado por el matemático, Michael Maestlin, partidario de la teoría heliocéntrica del movimiento planetario, que aceptó por considerar que su armonía y simplicidad debería ser obra de Dios.



En 1594, marcha a Graz (Austria), donde elabora una hipótesis geométrica compleja para explicar las distancias entre las órbitas planetarias, que se consideraban circulares erróneamente. Posteriormente, Kepler dedujo que las órbitas de los planetas son elípticas; sin embargo, estos primeros cálculos sólo coinciden en un 5% con la realidad.

Kepler planteó que el Sol ejerce una fuerza atractiva sobre los planetas, que disminuye de forma inversamente proporcional a la distancia y mueve a los planetas a lo largo de sus órbitas. El matemático y físico inglés Isaac Newton se basó en las teorías y observaciones de Kepler para formular su ley de la Gravitación Universal.



1642 - 1727

Newton

Matemático y físico británico, considerado uno de los más grandes científicos de la historia, hizo importantes aportes en muchos campos de la ciencia. Sus descubrimientos y teorías sirvieron de base a la mayor parte de los avances científicos y además de sus aportes al conocimiento de la naturaleza, quizás el más importante fue la creación de un nuevo método de trabajo, que conocemos como Método Científico.

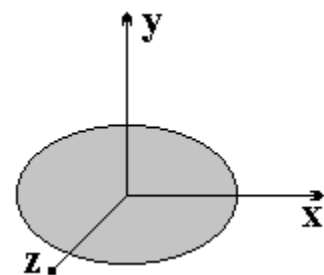
En 1672 Newton envió una breve exposición de su teoría de los colores a la Sociedad Real de Londres. Su publicación provocó tantas críticas que confirmaron su recelo a las publicaciones por lo que se retiró a la soledad de su estudio en Cambridge.

En agosto de 1684 la soledad de Newton se vio interrumpida por la visita de Edmund Halley, un astrónomo y matemático con el que discutió el problema del movimiento orbital. Newton había estudiado la ciencia de la mecánica como estudiante universitario y en esa época ya tenía ciertas nociones básicas sobre la gravitación universal. Como resultado de la visita de Halley, volvió a interesarse por estos temas, tal como se hace referencia en el video **Gravitación**, que se recomienda ejecutar.

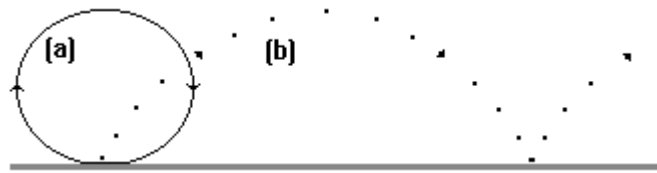
Durante los dos años y medio siguientes, Newton estableció la ciencia moderna de la dinámica formulando las tres leyes del movimiento. Aplicó estas leyes a las de Kepler sobre movimiento orbital, y dedujo la ley de la Gravitación Universal, según la cual dos cuerpos cualquiera, por el solo echo de tener materia, se atraen con una fuerza que disminuye inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos y que en 1687 publicó en su tratado “Principios Matemáticos de la Filosofía Natural”, obra que marcó un punto de inflexión en la historia de la ciencia.

1.02 SISTEMA DE REFERENCIA Y CUERPO PUNTUAL.

La dinámica es el capítulo de la física en el que se desarrolla el formalismo necesario para describir las características del movimiento de un cuerpo, respecto de otro elegido como referencia, que idealizaremos o representaremos mediante una terna de ejes ortogonales rigidamente vinculada al mismo como se sugiere en la figura lateral, y que identificaremos como terna de referencia o más generalmente como Sistema de Referencia, cuyos ejes indicaremos con (xyz) respectivamente.



Teniendo en cuenta lo mencionado, es claro que el concepto de movimiento resulta ser esencialmente relativo y las características del mismo dependerán del sistema de referencia respecto del que se lo describe, como puede notarse en el caso que se plantea a continuación. Considerando un punto perteneciente a la periferia de la rueda de un automóvil que marcha con velocidad constante, las características de su movimiento serán diferentes si lo describimos respecto del automóvil, o sea, respecto de un sistema de referencia fijo al automóvil, que si lo hacemos respecto de un sistema de referencia fijo a tierra. En el primer caso veríamos que dicho punto se mueve a lo largo de un círculo coincidente con el contorno de la rueda como se sugiere en la figura (a), en cambio en el segundo caso, o sea, respecto de un sistema de referencia fijo a tierra, y suponiendo que la rueda no desliza, lo veríamos moverse a lo largo de una curva como la mostrada con línea discontinua en la figura (b), conocida como cicloide.



Cuerpo Puntual.

Puesto que en general estaremos interesados en describir el movimiento de un cuerpo con dimensiones finitas, el formalismo que se desarrolle deberá ser capaz de permitirnos describir el movimiento de todos y cada uno de los puntos que forman el cuerpo, para lo cual será necesario que previamente desarrollemos el formalismo necesario para describir las características del movimiento de un punto perteneciente al cuerpo o a una extensión rígida e imaginaria del mismo, que identificaremos como su Centro de Masa y que como veremos tiene propiedades de particular interés.

Asimismo, este formalismo nos permitirá atender situaciones en donde las dimensiones del cuerpo son menores que el error con que determinamos la distancia de un punto cualquiera del mismo al origen de nuestro sistema de referencia. En este caso carece de sentido pretender diferenciar los puntos que integran el cuerpo y con ello las características de sus movimientos, con lo que podremos tratar a este cuerpo como si fuera simplemente un punto material, que en adelante identificaremos como Cuerpo Puntual.

Con referencia a lo mencionado en este último párrafo cabe destacar que, al igual que el concepto de movimiento, el que un cuerpo pueda o no ser considerado puntual, es también relativo, ya que en general la opción de una de estas alternativas dependerá de las dimensiones involucradas en el problema y de la precisión con que las estimamos.

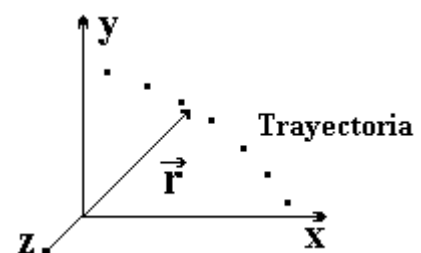
Por lo expuesto, es clara la importancia de desarrollar un formalismo que permita describir las características del movimiento de un punto de un cuerpo o de un cuerpo puntual, que en adelante para simplificar el lenguaje identificaremos indistintamente como Partícula.

Posteriormente, se desarrollará el formalismo que nos permitirá describir el comportamiento de un sistema discreto de partículas y luego el correspondiente a un sistema rígido, discreto o continuo.

1.03 VECTORES POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN.

Entendiendo que una partícula está en movimiento respecto de un sistema de referencia (xyz) cuando, desde dicho sistema se observan cambios en su posición, es entonces necesario disponer de una magnitud que nos permita caracterizar en cada instante la posición de la partícula respecto del mencionado sistema de referencia.

Con el propósito indicado, definiremos al vector posición de una partícula respecto del origen del sistema de referencia en consideración, como un vector con extremos en la partícula y en el origen de dicho sistema, tal como se sugiere en la figura lateral, donde podemos observar que al cambiar la posición de la partícula, el extremo libre de dicho vector define un lugar geométrico como el mostrado con línea de discontinua, que en adelante reconoceremos como la trayectoria a lo largo de la que se mueve la partícula respecto del sistema de referencia involucrado.



$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

Teniendo en cuenta lo mencionado resulta que, las características de la trayectoria a lo largo de la que se desplazará una partícula, dependerán del sistema de referencia respecto del que se describe el movimiento. Así, para la situación a la que se hace referencia en la situación anterior, es claro que respecto del sistema de referencia fijo al auto la partícula se mueve a lo largo de una trayectoria circular en cambio la trayectoria recorrida por la partícula respecto del sistema de referencia fijo a tierra es muy diferente y corresponde a la curva (b) mostrada en dicha figura, que como ya lo mencionáramos, de no existir deslizamiento recibe el nombre de cicloide, siendo este el caso representado en la misma.



Vector Velocidad.

Con el propósito de disponer de una magnitud que nos permita, caracterizar los cambios temporales observados desde el sistema de referencia involucrado en el vector posición de una partícula, definiremos su vector velocidad, respecto de dicho sistema, como:

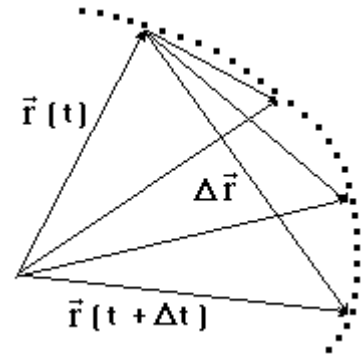
$$\vec{v}_{xyz} = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_{xyz} \quad 1.1$$

Donde con el subíndice (xyz) deseamos resaltar que la derivada temporal está calculada desde el mencionado sistema de referencia, o sea que, la derivada anterior tiene en cuenta las variaciones temporales observadas en el vector posición desde el sistema de referencia indicado con el subíndice, por lo que a dicha magnitud podremos expresarla como:

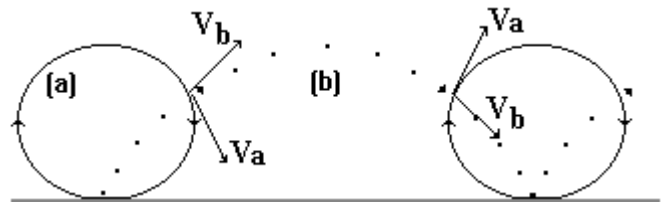
$$\vec{v}_{xyz} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left. \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right|_{xyz} \quad 1.2$$

Donde nuevamente con el subíndice (xyz) identificamos al sistema de referencia desde donde se deberán evaluar las variaciones temporales del vector posición de la partícula.

La figura lateral muestra cualitativamente las variaciones temporales que se observan en el vector posición de una partícula durante diferentes intervalos de tiempos, en donde podemos observar que cuando dicho intervalo tiende a cero, el vector desplazamiento $\Delta \vec{r}$ tiende a ser un vector tangente a la trayectoria y cuyo sentido coincidirá con el sentido en que se desplaza la partícula. Por lo tanto en una representación gráfica de la trayectoria a lo largo de la que se desplaza una partícula respecto de un determinado sistema de referencia, su vector velocidad respecto de dicho sistema, definido por (1.1), resultará ser un vector tangente a la trayectoria en cada punto, cuyo sentido coincidirá con el sentido de su movimiento

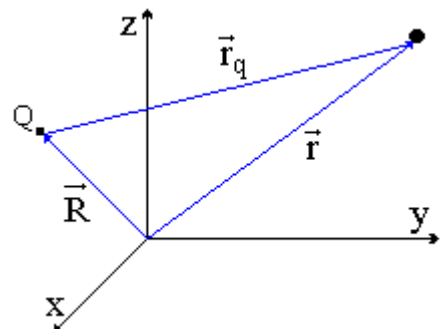


Considerando nuevamente la situación planteada en el tema anterior, al vector velocidad del punto periférico de la rueda, determinado respecto del automóvil, podremos representarlo como un vector tangente a la trayectoria circular, en cambio a su vector velocidad determinado respecto de tierra deberemos representarlo como un vector tangente a la cicloide, como se indica en la figura siguiente.



Finalmente, considerando un punto Q fijo a un sistema de referencia (xyz) y designando con \vec{R} a su vector posición respecto del origen de dicho sistema y con \vec{r}_q al vector posición de una partícula respecto del mencionado punto, como se indica en la figura lateral, resulta:

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}_q$$





Derivando temporalmente la anterior, desde el sistema (xyz) y teniendo en cuenta que Q es un punto fijo a dicho sistema, con lo que la derivada de R se anula, es inmediato que:

$$\left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_{xyz} = \left. \frac{d\vec{r}_q}{dt} \right|_{xyz}$$

Teniendo en cuenta (1.1), de la anterior es claro que:

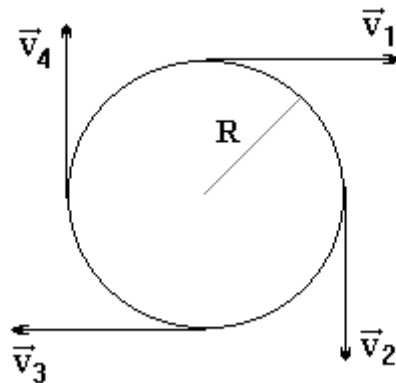
$$\vec{v}_{xyz} = \left. \frac{d\vec{r}_q}{dt} \right|_{xyz}$$

Por lo tanto, el vector velocidad de una partícula no depende del punto donde se coloca el origen de nuestro sistema de referencia, con la única condición de que dicho punto pertenezca al cuerpo elegido como referencia o bien a una extensión rígida del mismo, lo que nos indica claramente que dicho vector es una magnitud definida respecto de un sistema de referencia y no respecto de un punto, como sucede con el vector posición.

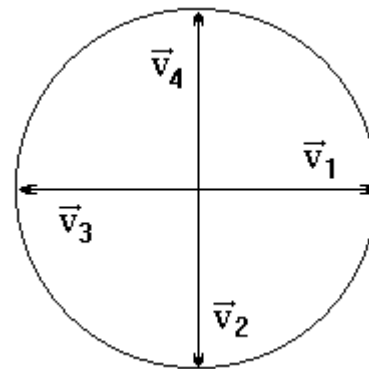
Hodógrafa

Así como en la representación gráfica del vector posición de una partícula, su extremo libre define un lugar geométrico que hemos identificado como trayectoria, en una representación polar del vector velocidad, su extremo libre definirá un lugar geométrico, que reconoceremos como la Hodógrafa asociada con el movimiento de la partícula en consideración.

Para una partícula que se desplaza a lo largo de una trayectoria circular de radio R con una velocidad de módulo constante (V), como la sugerida en la figura (a), en una representación polar de su vector velocidad, como la mostrada en la figura (b), el extremo libre de dicho vector define un círculo de radio V, que por lo tanto será la hodógrafa asociada al movimiento en consideración, siendo interesante destacar que cualquiera sea la trayectoria a lo largo de la que se desplace la partícula, si lo hace con una velocidad de módulo constante, la hodógrafa asociada al movimiento será siempre un círculo o un arco de círculo generado en diferentes sentidos.



(a)



(b)

Vector Aceleración.

Teniendo en cuenta como se ha definido el vector velocidad de una partícula respecto de un determinado sistema de referencia, entonces dicha magnitud nos caracteriza el estado de movimiento de la misma respecto de dicho sistema. Como veremos posteriormente, las interacciones a las que está sometida una partícula no se relacionan directamente con su estado de movimiento, o sea con su vector velocidad. Dichas interacciones estarán vinculadas con los cambios temporales observados en su estado de movimiento y por lo tanto, con los cambios temporales observados en su vector velocidad.

Lo manifestado requiere que pensemos en definir una magnitud destinada a caracterizar los cambios temporales a que hacemos referencia anteriormente, que formalmente podemos



expresar como se indica a continuación, y que en adelante identificaremos como vector aceleración de la partícula, respecto del sistema de referencia en consideración.

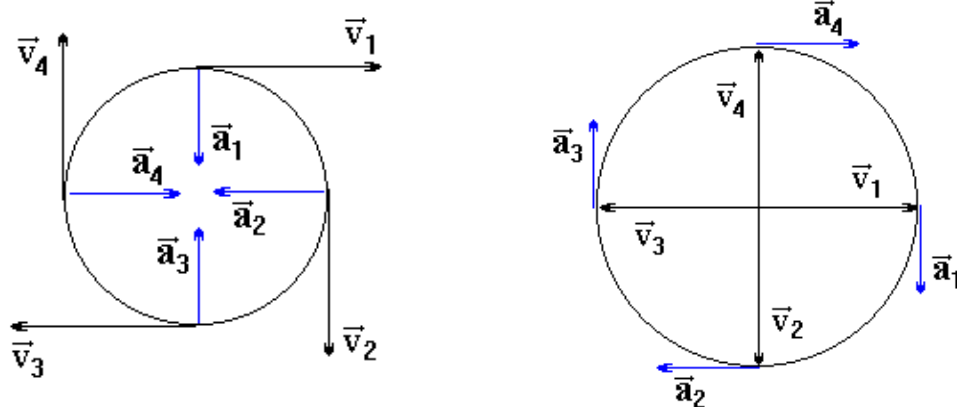
$$\vec{a}_{xyz} = \left. \frac{d\vec{v}_{xyz}}{dt} \right|_{xyz} \quad 1.3$$

Donde con el subíndice (xyz) deseamos resaltar que la derivada temporal está calculada desde dicho sistema de referencia, esto es, que las variaciones temporales a considerar son las observadas desde el mencionado sistema. Con lo que, al vector aceleración de una partícula podremos expresarlo como:

$$\vec{a}_{xyz} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left. \frac{\Delta \vec{v}_{xyz}}{\Delta t} \right|_{xyz}$$

Por lo tanto, así como al vector velocidad podemos representarlo como un vector tangente a la trayectoria, con el mismo criterio y teniendo en cuenta la anterior, al vector aceleración podremos representarlo como un vector tangente a la hodógrafa.

Así para el caso de una partícula que se mueve con velocidad de módulo constante a lo largo de una trayectoria circular, como la mostrada en la figura anterior de la izquierda, en una representación polar de dicho vector, como la mostrada en la figura de la derecha, el vector aceleración de la partícula resultará ser un vector tangente a la curva que define el extremo libre de dicho vector, o sea, tangente a la hodógrafa en cada punto, como lo podemos apreciar en la mencionada figura, que al trasladarlo a la gráfica de la trayectoria resulta ser normal a esta y dirigido hacia el centro de la misma, como lo podemos apreciar en la figura de la izquierda.



Considerando ahora una partícula que se desplaza a lo largo de una trayectoria circular con una velocidad cuyo módulo se incrementa con el tiempo, tal como se sugiere en la figura (a) de la página siguiente, mediante un análisis similar al realizado en el caso anterior, obtenemos una representación cualitativa de la hodógrafa como la que se muestra en la figura (b). Con lo que para una situación como la indicada resulta que el vector aceleración ya no será normal a la trayectoria y podrá ser expresado como la suma de una componente normal mas una componente tangente a dicha trayectoria en el punto considerado.

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$$

Teniendo presente las situaciones tratadas en los casos anteriores, resulta que la presencia de la componente tangencial del vector aceleración bien puede pensarse relacionada con los cambios en el módulo del vector velocidad, por ser éste el aspecto en el que difiere la última situación de la considerada inicialmente.

Como lo demostraremos posteriormente, al vector aceleración siempre podremos expresarlo como la suma de una componente normal, asociada con los cambios en la dirección del vector velocidad, mas una componente tangente a la trayectoria, asociada con los cambios en el módulo de dicha magnitud.

