TRABAJO PRÁCTICO DE LABORATORIO N° 3

TEMA: Comportamiento elástico de un resorte.

OBJETIVOS

- Demostrar experimentalmente la ley que vincula la fuerza aplicada con la deformación en un resorte.
- Verificar que cuando un cuerpo unido a un resorte oscila, éste también lo hace.
- Determinar la constante elástica del resorte.
- Graficar datos experimentales y aplicar métodos de ajuste a dichos valores.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Un resorte, formado por un alambre de sección circular arrollado en forma de hélice cilíndrica, está sujeto por un extremo a un punto O y es cargado con una carga de peso P en el otro extremo, experimenta un alargamiento δ. Analizando las tensiones aplicadas en una sección del alambre se puede demostrar que actúan sobre ella esfuerzos de flexión y de torsión.

Si las espiras de la hélice son circulares y aproximadamente perpendiculares al eje del resorte (lo que sucede en un resorte de alambre delgado, cuyas espiras están en contacto o muy próximas), el efecto de la flexión puede despreciarse y analizar solamente las deformaciones por torsión[1].

La relación entre fuerza aplicada y deformación producida en un resorte es conocida como Ley de Hooke. Mediante ésta es posible determinar la constante elástica del mencionado resorte, en particular, cuando se "cuelgan" cuerpos de masa conocida.

De acuerdo con la segunda ley de Newton:

$$\vec{F_e} + \vec{P} = m\vec{a} \qquad (1)$$

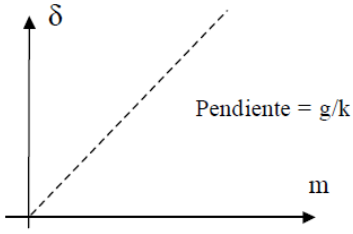
siendo $\vec{F_e} = -k\Delta\vec{\delta}$ donde "k" es una constante de proporcionalidad que se denomina "constante elástica" del resorte (depende de la rigidez del material del resorte, del diámetro del alambre y de las espiras, y del número de estas últimas), $\Delta\vec{\delta}$ es la deformación del resorte y $\vec{P} = m\vec{g}$ es la carga aplicada.

El signo negativo en la expresión de la fuerza elástica indica que ésta se opone a la deformación.

Cuando el cuerpo está en equilibrio la deformación será proporcional a la carga aplicada. Esto es:

$$mg = k\Delta\delta \qquad (2)$$

Cuando se grafican las fuerzas aplicadas a un resorte y las deformaciones que se producen, se tiene una recta de cuya pendiente se puede calcular k. *Se elige el eje horizontal para representar a las masas porque sus errores de medición son constantes.*



Cuando el cuerpo es separado de la posición de equilibrio ($\sum \vec{F} = m\vec{a}$) y dejado en libertad, como está unido al resorte, comienza a realizar un movimiento oscilatorio del tipo armónico simple. Debido a esto, se sabe que su período de oscilación será entonces:

$$T = 2\pi\sqrt{m/k} \qquad (3)$$

En el caso de resortes de masa no despreciable, se debe considerar que éste también oscila, de manera que la masa oscilante está formada por la del cuerpo suspendido más una parte de la masa del resorte (*la demostración de que esto es así es un importante problema de la Mecánica, cuya solución debemos aceptar),* de modo que la ecuación anterior queda expresada como:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m^*}{k}} \qquad (4)$$

siendo m^* la fracción de la masa del resorte que contribuye a la oscilación.

[1] Fernandez, Galloni, "Trabajos prácticos de física", pag. 137.

Para poder realizar una gráfica lineal entre *m* y T, la ecuación anterior se transforma en:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right) m + \left(\frac{4\pi^2}{k}\right) m^* \qquad (5)$$

Las ecuaciones (2) y (5) nos permiten planear experiencias para obtener el valor de "*k*"; la ecuación (5) además nos dará un valor para el coeficiente "*m**".

Nota complementaria:
La unidad de *k* es gr/s^2 = din/cm, con [x] = gramos.

MATERIALES

- Resorte, canasta y peso extra
- Cronómetro, regla o cinta métrica, balanza
- Esferas metálicas

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se obtendrá la constante elástica de un resorte mediante dos métodos. En el método estático se utiliza que la ecuación (2) y en el método dinámico ecuación (5).

Método I: Estático.

i. Suspender un extremo del resorte, de constante elástica k desconocida, a un punto de referencia; sujetar en el otro extremo m_0, siendo ésta última la masa de la canasta más el peso extra.
ii. Medir, con una regla o cinta métrica, la longitud de equilibrio L_0 producida por m_0 y registrar.
iii. Medir la longitud de equilibrio L_i resultante de la introducción de cada esfera en el portamasas, con *i* = n° de esferas incorporadas = 1, 2, …. Registar los valores en la Tabla 1.
iv. Luego de incorporar la última esfera, descolgar con cuidado el sistema y medir en una balanza con apreciación conocida la masa del resorte por un lado y las masas de las esferas junto con la canasta y el peso extra por otro. En este último caso, comenzar a pesar desde la masa más alta e ir retirando con cuidado las esferas de una luego de anotar el peso. Registrar.
v. Realizar una nueva tabla donde anote los valores de deformación $\delta_{equil\ (i)}$ y masa m_i para cada ensayo *i* (*i* = 1, 2, 3, …). Por cada esfera incorporada a la canasta se produce en el resorte una deformación $\delta_{equil\ (i)} = L_i - L_0$ debido al número *i* de esferas dentro de la canasta; la masa de las i esferas es $m_i = m_j - m_0$, donde la masa m_j es la masa total del ensayo *i (siendo j= 1, 2, 3, …).* (Es decir, m_j incluye el valor de la masa de la canasta y el peso extra).
vi. Trazar la gráfica del conjunto de valores obtenidos (m_i - δ_i).
vii. Realizar el ajuste de la curva anterior mediante el método de cuadrados mínimos. Superponer en el gráfico la ecuación resultante.
viii. Calcular el valor de la constante *k* que caracteriza al resorte a partir de los coeficientes obtenidos en el inciso anterior. Calcular el error de la constante *k*. Expresar correctamente el resultado.

Nota: Reordenando los términos en la expresión (2), la expresión genérica de la recta de ajuste (recta del método de cuadrados mínimos) es:

$$y = ax + b \;\Rightarrow\; \delta = \frac{g}{k} m + \delta_0$$

donde es evidente que la pendiente es $a = g/k$ y la ordenada al origen es $b = \delta_0$; la variable independiente es la masa ($x = m$) y la variable dependiente es la deformación ($y = \delta$).

Método II: Dinámico.

i. Para cada esfera incorporada en la canasta, separar al sistema de su posición de equilibrio y medir con el cronómetro el tiempo t_j que se tarda en realizar 10 oscilaciones. Registrar los datos en la Tabla 1.
ii. Con los tiempos t_i obtenidos calcular el periodo de oscilación promedio de cada ensayo: $T_j = t_j/10$. Registrarlos en una tabla junto con la masa m_j correspondiente.

iii. Realizar la gráfica (m_j – T_j). Explicar si es posible aplicar el método de cuadrados mínimos a dicha serie. En caso de considerar que no se puede, explicar los pasos a realizar para poder aplicar dicho método de ajuste.

iv. Calcular T_j^2 y registrar en una nueva tabla junto con los valores correspondientes de las masas para cada i. Trazar la gráfica (m_j – T_j^2).

v. Calcular por el método de cuadrados mínimos la pendiente y la ordenada al origen para la ecuación de regresión correspondiente a este método.

vi. Con los parámetros anteriores y la ecuación (5) determinar la constante elástica del resorte k y la masa oscilante del resorte m *****. Calcular el error de la constante k. Expresar correctamente el resultado.

Observación: *La masa del resorte nunca se suma; se utiliza solo para comparar con m* *****.

Nota: Reordenando la ecuación (5) para el periodo de una oscilación, la expresión genérica de la recta de ajuste (recta obtenida mediante el método de cuadrados mínimos) es:

$$y = ax + b \;\; \Rightarrow \; T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m + \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m^*$$

donde es evidente que la pendiente $a = \frac{4\pi^2}{k}$, la ordenada al origen es $b = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right) m^*$ y la porción de masa oscilante es $m^* = b/a$; la variable independiente es la masa ($x = m$) y la variable dependiente es el periodo de una oscilación al *cuadrado* ($y = T^2$).

RESULTADOS

Masa resorte = _____ Masa m_0 = _____

Error balanza = _____

Error cinta métrica/regla = _____

Error cronómetro = _____

Tabla 1: Datos experimentales tomados en el Laboratorio

N° de ensayo	Masa (g)	Lectura regla (cm)	Tiempo 10 oscilaciones (s)
Ensayo 0	m_0 =	L_0 =	
Ensayo 1	m_1 =	L_1 =	t_1 =
Ensayo 2	m_2 =	L_2 =	t_2 =
Ensayo 3	m_3 =	L_3 =	t_3 =
Ensayo 4	m_4 =	L_4 =	t_4 =
Ensayo 5	m_5 =	L_5 =	t_5 =
Ensayo 6	m_6 =	L_6 =	t_6 =
Ensayo 7	m_7 =	L_7 =	t_7 =
Ensayo 8	m_8 =	L_8 =	t_8 =

ANALISIS DE RESULTADOS

- Comparar los resultados obtenidos para el valor de k en las dos partes del práctico. Calcular el error relativo en k respecto del valor determinado en el método estático. Esto es:

$$e\% = \frac{|k_{estático} - k_{dinámico}|}{k_{estático}} \times 100\%$$

- Comparar los errores obtenidos para cada método.

CONCLUSIONES