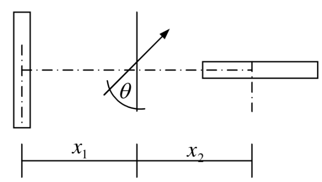
Guía n° 9: **Materiales Magnéticos – Ecuaciones de Maxwell – Ondas Electromagnéticas**

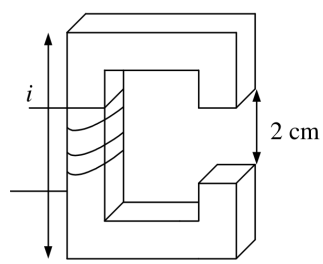
Problema 1

Dos imanes permanentes iguales A y B, cuyo momento magnético es P_m están situados como indica la figura. La distancia que los separa es grande comparada con sus dimensiones. Si se sitúa una brújula a una distancia x_1 de uno de los imanes y x_2 del otro, toma la posición de equilibrio indicada en la figura, formando un ángulo θ con la línea que une los imanes. Determine el valor de la relación x_1/x_2.



Problema 2

Electroimán:



a) Cuantos Amper-Vueltas se necesitaran en la bobina para conseguir un campo de 5000 Gauss en el entrehierro, suponiendo que en este las líneas de campo se mantienen paralelas entre si?

b) ¿Cuál será el valor de B dentro del hierro?

c) ¿Cuánto valdrá H en el entrehierro y dentro del hierro?

d) ¿Cuál será la magnetización M en el hierro?

Problema 3

Halle la distribución de corriente de magnetización correspondientes a una esfera uniformemente magnetizada con magnetización $\mathbf{M}$. La inducción magnética $\mathbf{B}$ es uniforme dentro de la esfera. Puede usar esta información para diseñar un devanado por el que pase una corriente que produzca un campo magnético uniforme en una región esférica del espacio?

Problema 4

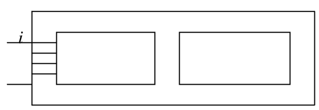
Una esfera de material magnético de radio R se coloca en el origen de coordenada. La magnetización esta dada por $\mathbf{M} = (ax^2 + b)\check{i}$, donde a y b son constantes. Determine todas las densidades polares y las corrientes de magnetización.

Problema 5

Un alambre que lleva una corriente I esta dentro de un tubo cilíndrico de hierro. El tubo tiene radio interior y exterior a y b respectivamente, una susceptibilidad constante χ, y es coaxial con un alambre. Encuentre la densidad de corriente de magnetización y la corriente de magnetización total.

Problema 6

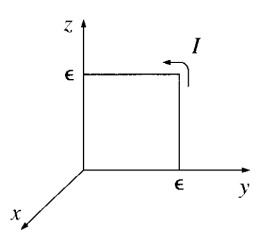
Este circuito magnético tiene un enrollado de 100 vueltas de alambre que conduce una corriente de 1 A. La permeabilidad, que se considera constante es de 5000 μ_0. Despreciando la fuga, calcule el flujo magnético por la extremidad central y también por el extremo derecho del circuito.



Problema 7

Derive $\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m}.\mathbf{B})$. Un camino es asumir un dipolo infinitesimal cuadrado de lado ϵ. Elegir los ejes como muestra la figura y calcular $\mathbf{F} = I \int d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ a lo largo de los cuadro lados. Expadir $\mathbf{B}$ en serie de Taylor – sobre el lado derecho se tiene

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(0, \epsilon, z) \cong \mathbf{B}(0, 0, z) + \epsilon \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial y}|_{(0,0,z)}$$



Problema 8

Encontrar la fuerza de atracción entre dos dipolos magnéticos, $\mathbf{m}_1$ y $\mathbf{m}_2$, orientado como se muestra en la figura y separados una distancia r.

Problema 9

Un cilindro circular infinitamente largo posee una magnetización uniforme **M** paralela a su eje. Encontrar el campo magnético, debido a **M**, dentro y fuera del cilindro.

Problema 10

Un cilindro largo de radio R tiene una magnetización $\mathbf{M} = ks^2\breve{\phi}$, donde k es una constante, s es la distancia desde el eje y $\breve{\phi}$ es el vector unitario azimutal. Encontrar el campo magnético debido a **M** para los puntos dentro y fuera del cilindro.

Problema 11

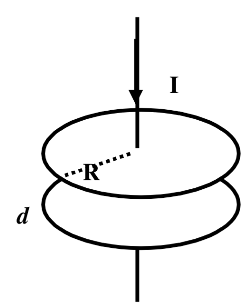
Una barra larga de cobre de radio R transporta una corriente I uniformemente distribuida. Encontrar **H** dentro y fuera de barra.

Problema 12

Un solenoide infinito (n vueltas por unidad de longitud, corriente I) está lleno de un material de susceptibilidad magnética χ_m. Encontrar el campo magnético dentro del solenoide.

Problema 13

Sea un condensador plano de placas circulares de radio R y separación d entre ellas, siendo aire el dieléctrico. Calcular el campo **B** en función de la distancia al eje (r) en:



a) El espacio exterior al condensador

b) Entre las placas del condensador

Analice los resultados

Problema 14

Se puede considerar a un metal como un conjunto de N electrones por unidad de volumen de carga e y masa m que se desplazan entre un arreglo de iones inmóviles, siendo el conjunto eléctricamente neutro. Suponiendo un valor de $\epsilon = \epsilon_0$, y que cada electrón está sometido a una fuerza de "rozamiento" $-m\mathbf{v}/\tau$ donde $\mathbf{v}$ es la velocidad del electrón y τ es un tiempo característico del problema. Escribir la ecuación de movimiento del electrón en presencia de un campo eléctrico uniforme. Para un campo que varía sinuoidalmente con el tiempo $\mathbf{E} = \mathbf{E_0}e^{i\omega t}$. Calcular la conductividad σ del medio para la frecuencia ω. ¿Cómo se aproxima la expresión para $\omega\tau \gg 1$? Determinar, usando las ecuaciones de Maxwell, la relación entre el número de onda y la frecuencia angular.

Problema 15

Sea la ecuación de ondas en una dimensión

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon\mu}\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}$$

donde E es la amplitud del vector campo eléctrico. Suponer que E tiene dirección constante según el eje y. Introduciendo el cambio de variables $\xi = t + \sqrt{\epsilon\mu}z$ y $\eta = t - \sqrt{\epsilon\mu}z$, mostrar que la ecuación de ondas toma una forma que es fácilmente integrable. Integrar la ecuación para obtener $E(z,t) = E_1(\xi) + E_2(\eta)$ siendo E_1 y E_2 funciones arbitrarias.

Problema 16

Considerar una onda electromagnética dada por $E_x = 0$, $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$ y $E_z = E_0 \sin(kx - \omega t)$,

a) Calcular las componentes del vector $\mathbf{B}$.

b) ¿Qué tipo de polarización tiene esta onda?

c) ¿Cuál es la dirección de $\mathbf{B}$ respecto de $\mathbf{E}$?

d) Hacer un gráfico cualitativo.

e) Obtener una expresión para el valor medio del flujo de energía que pasa a través de una superficie unitaria normal a la dirección de propagación

Problema 17

Considerar una onda electromagnética dada por $E_x = 0$, $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)$ y $E_z = E_0 \cos(kx - \omega t)$,

a) Calcular las componentes del vector $\mathbf{B}$.

b) Mostrar que es una onda circularmente polarizada, especificando su sentido de giro.

Problema 18

Se da la onda electromagnética

$$\mathbf{E} = E_0 \cos[\omega(\sqrt{\epsilon\mu}z - t)]\breve{i} + E_0 \sin[\omega(\sqrt{\epsilon\mu}z - t)]\breve{j}$$

donde E_0 es una constante. Halle el correspondiente campo $\mathbf{B}$ y el vector de Poynting.

Problema 19

Dos placas circulares de radio a separadas por una distancia d forman un condensador ideal. Suponga que hay un dieléctrico en su interior que es un aislador perfecto con un campo uniforme $\mathbf{D}$ (es decir, que se desprecian los efectos de borde). El condensador comienza a cargarse por una corriente I.

a) Encuentre el campo $\mathbf{H}$ en un punto P sobre la superficie cilíndrica del dieléctrico.

b) Encuentre la magnitud y la dirección del vector de Poynting $\mathbf{S}$ en P.

c) Integre $\mathbf{S}.\mathbf{n}$ sobre la superficie cilíndrica del dieléctrico y demuestre que el resultado es igual a la razón de cambio con respecto al tiempo de la energía electrostática almacenada.

Problema 20

Suponga que en una determinada región existe un campo electrostático y también un campo magnetostático. Demuestre que, aún cuando el vector de Poynting puede ser distinto de cero, la integral de superficie de $\mathbf{S}.\mathbf{n}$ se anula sobre una superficie arbitraria cerrada en el interior de la región.