

Guía n° 4: Medios Materiales

Problema 1

Considere el átomo de H sumergido en un campo eléctrico. Tome como modelo atómico el de un protón rodeado por una nube electrónica que se modela como una densidad uniforme de carga aplicada en una esfera de radio a centrada en el protón.

- ¿Qué le sucede a la nube electrónica cuando se enciende el campo eléctrico externo?
- Obtenga una expresión para $p = e d$ en función del campo eléctrico externo E , siendo e la carga del electrón y d la distancia relativa entre el centro de carga negativa y el protón.
- Defina la polarizabilidad atómica y discuta su dependencia en el volumen del átomo bajo consideración.

Problema 2

A partir de los valores tabulados en la literatura para la polarizabilidad atómica:

- Obtenga los radios de los átomos de H, He, Li, Be, C, Ne, Na, Ar, K y Cs.
- ¿Cómo varían los tamaños atómicos en función del número atómico?
- Discuta en función de su ubicación en la tabla periódica las diferencias de volumen de átomos de la tabla periódica con números atómicos consecutivos como He y Li, Ne y Na, Ar y K.

Problema 3

La susceptibilidad eléctrica de una sustancia es $35.4 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$. ¿Cuáles son los valores de la constante dieléctrica y de la permitividad del dieléctrico? ¿De qué material se trata?

Problema 4

Considere el caso de una carga puntual sumergida en un fluido dieléctrico infinito.

- Calcular el desplazamiento eléctrico.
- Obtener el vector campo eléctrico.
- Verifique utilizando coordenadas cartesianas que $\nabla \cdot (\mathbf{r}/r^3) = 0$ para $r \neq 0$.
- Verificar que $Q_P \neq 0$.

Problema 5

Una varilla plana delgada de dieléctrico de sección A , se extiende sobre el eje $x = 0$ hasta $x = L$. La polarización de la varilla a lo largo de su longitud está dada por $P_x = ax^2 + b$. Encuentre la densidad volumétrica de carga de polarización y la carga superficial de polarización en cada extremo. Demuestre que la carga total de polarización se anula en este caso.

Problema 6

Un cubo de dieléctrico de lado L tiene una polarización radial dada por $\mathbf{P} = a\mathbf{r}$, siendo a una constante. Halle todas las densidades de carga de polarización y demuestre explícitamente que la carga total de polarización es nula.

Problema 7

Una esfera de radio R posee una polarización dada por $\mathbf{P}(\mathbf{r}) = k\mathbf{r}$, donde k es una constante y \mathbf{r} es el vector desde el centro.

- Calcule las cargas de polarización σ_p y ρ_p .
- Encuentre el campo eléctrico dentro y fuera de la esfera.

Problema 8

Un cascarón esférico, de radio interno a y radio externo b , está hecho de una material dieléctrico k con una polarización congelada $\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \frac{k}{r}\mathbf{r}$, donde k es una constante y r es la distancia al centro (no hay cargas libres en el problema). Encontrar el campo eléctrico en las tres regiones por dos métodos diferentes:

- Localice todas las cargas ligadas y utilice la ley de Gauss para calcular el campo que producen.
- Calcule \mathbf{D} y luego halle \mathbf{E} por medio de: $\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$

Problema 9

Una varilla dieléctrica que tiene forma de cilindro circular recto de longitud L y de radio R , se polariza, en la dirección de su longitud. Si la polarización es uniforme y de magnitud P , calcule el campo eléctrico resultante de esta polarización en un punto en el eje de la varilla.

Problema 10

Una carga puntual q se sumerge en el centro de una esfera dieléctrica de vidrio pyrex y radio a .

- Calcular el desplazamiento eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.
- Calcular el campo eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.
- Graficar el campo eléctrico como función de r .

- d) Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.
- e) Verificar que $Q_P = 0$.
- f) Calcular el potencial eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.
- g) Graficar el potencial eléctrico como función de r .

Problema 11

Un hilo conductor con densidad lineal de carga λ atraviesa un cilindro dieléctrico infinito de radio a por su eje de simetría.

- a) Calcular el desplazamiento eléctrico en el interior y el exterior del cilindro.
- b) Calcular el campo eléctrico en el interior y el exterior del cilindro.
- c) Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.
- d) Verificar que $Q_P = 0$.
- e) Graficar el campo eléctrico como función de r .

Problema 12

Un cable coaxial de sección circular tiene un dieléctrico compuesto. El conductor interior tiene un radio exterior a : éste se encuentra rodeado por una cubierta de un dieléctrico de constante dieléctrica K_1 y de radio exterior b . A continuación hay otra cubierta de dieléctrico de constante dieléctrica K_2 y de radio exterior c . Si se establece una diferencia de potencial V_0 entre los conductores, calcule la polarización en cada uno de los dieléctricos.

Problema 13

Un cilindro dieléctrico largo de radio a y constante dieléctrica K se coloca en un campo eléctrico uniforme \mathbf{E}_0 . El eje del cilindro se orienta con un ángulo normal a la dirección de \mathbf{E}_0 . El cilindro no contiene cargas externas. Determine el campo eléctrico en puntos interiores y exteriores al cilindro.

Problema 14

Una esfera dieléctrica se sumerge en un campo eléctrico uniforme E_0 dirigido a lo largo del eje z .

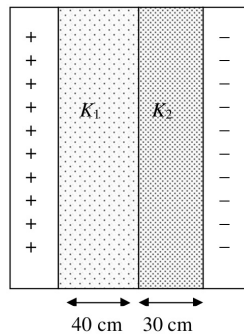
- a) Calcule el vector campo eléctrico dentro y fuera de la esfera.
- b) Calcule el vector polarización dentro de la esfera.
- c) Recupere el resultado para la esfera conductora sumergida en un campo eléctrico uniforme al tomar el límite $K \rightarrow \infty$.

Problema 15

Un dipolo puntual p se coloca en el centro de una esfera de sólido dieléctrico de radio a y constante dieléctrica K . Encuentre el campo eléctrico en puntos dentro y fuera de la esfera.

Problema 16

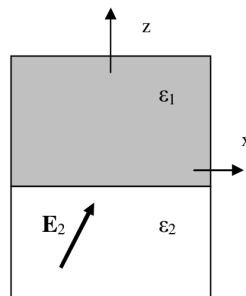
Entre dos placas paralelas cuadradas se coloca Mylar (K_1) y papel parafinado (K_2) como muestra la figura. Si el área de las láminas es 1 m^2 y las láminas tienen cargas opuestas de $50 \mu\text{C}$ en módulo. Calcular



- Calcular el campo eléctrico en ausencia de los dieléctricos.
- Calcular el vector desplazamiento en ambos dieléctricos.
- Calcular el vector campo eléctrico en ambos dieléctricos.
- Calcular el vector polarización en ambos medios.
- Calcular las densidades volumétricas y superficiales de polarización.
- La diferencia de potencial entre las placas del condensador.
- La capacidad del condensador.

Problema 17

La figura muestra la interfase entre dos dieléctricos, aceite siliconado (ϵ_2) $z > 0$ y agua destilada (ϵ_1) $z < 0$. Se sabe que $\mathbf{E}_2 = 10\mathbf{e}_x + 20\mathbf{e}_z$ para $z < 0$. Calcular \mathbf{E}_1 , \mathbf{D}_1 , \mathbf{D}_2 .



Problema 18

Considere un condensador cilíndrico consistente en dos cilindros coaxiales de radios a y b de longitudes l que poseen cargas iguales y opuestas $+q$ y $-q$.

- Calcule el valor de la capacitancia del condensador en función de los parámetros del mismo.
- Diga cómo cambia el valor de la capacitancia en función del dieléctrico utilizado entre ambos cilindros.
- De valores puntuales asumiendo $a = 10 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $l = 30 \text{ cm}$ y $q = 20 \mu\text{C}$ para aire y mylar.

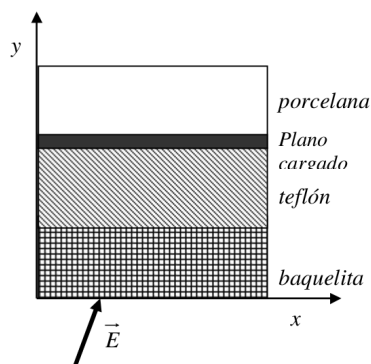
Problema 19

Un condensador plano tiene entre sus placas una plancha dieléctrica. Las placas tienen un ancho w , y un largo L , estando separadas por una distancia d . El condensador se carga mientras se mantiene a una diferencia de potencial V_0 , después de lo cual se desconecta. La plancha del dieléctrico es entonces retirada parcialmente en la dirección de L , de forma tal que solo quede una longitud X entre las placas del condensador.

- ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las placas del condensador?
- ¿Cuál es la fuerza que tiende a que la plancha de dieléctrico retome su posición inicial?

Problema 20

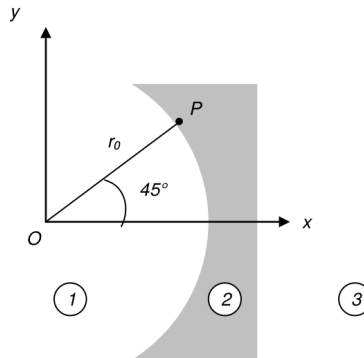
La figura muestra un arreglo de dieléctricos ubicados en forma horizontal. La capa inferior está constituida por baquelita, la que está en el medio por teflón y la que está por encima de todo por porcelana. Entre la capa de teflón y la de porcelana hay un plano cargado tal que $\sigma = 0.5 \text{ C/m}^2$. Si en la baquelita penetra un campo eléctrico $\vec{\mathbf{E}} = 5\check{i} + 10\check{j}$,



- Calcule para las 3 regiones
 - Los vectores \mathbf{E} , \mathbf{D} y \mathbf{P} .
 - Las densidades volumétricas superficiales de polarización.
- Grafique dichos vectores en función de la variable y .

Problema 21

Para colimar campos electromagnéticos pueden usarse lentes dieléctricas. En la figura, la superficie izquierda de la lente es la de un cilindro circular y la superficie derecha es un plano. Si \mathbf{E}_1 en el punto $P(r_0, 45^\circ, z)$ de la región 1 es $(5 \hat{e}_r, -3 \hat{e}_\phi)$ ¿Cuál debe ser la constante dieléctrica para que \mathbf{E}_3 en la región 3 sea paralelo al eje x ?



Problema 22

De acuerdo a la mecánica cuántica, la nube electrónica de un átomo de hidrógeno en estado fundamental posee una densidad de carga dada por $\rho(r) = \frac{q}{\pi a^3} e^{-2r/a}$ donde q es la carga del electrón y a es la radio de Bohr. Encuentre la polarizabilidad del átomo.

Ayuda: Primero calcule el campo eléctrico de la nube electrónica; y luego desarrollar la exponencial suponiendo que $r \ll a$.

Problema 23

Encontrar el campo eléctrico producido por una esfera de radio R polarizada uniformemente.

Problema 24

Calcule la capacidad de una esfera conductora de radio R ubicada en un dieléctrico de constante K . Calcule la capacidad de un condensador esférico de radios R_a y R_b ($R_b > R_a$). Tome el límite $R_b \rightarrow \infty$ ¿Qué resultado obtiene?

Problema 25

Calcule la energía potencial electrostática para un sistema de 4 cargas puntuales de magnitud $+1nC$ ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado $L = 1.3 m$.

Problema 26

Calcule la energía potencial electrostática correspondiente a:

- a) una esfera conductora de radio a cargada con carga $+Q$.

b) una esfera de radio a con carga $+Q$ distribuída uniformemente.

c) una esfera de radio a con carga $\rho = C/r$ siendo C una constante tal que la carga total es $+Q$.

¿Para qué configuración la energía potencial electrostática es menor?. ¿Qué puede comentar acerca de este punto?.

Problema 27

Calcule la energía potencial electrostática para un capacitor de placas paralelas con una de sus placas a $V = 0$ y la otra a $V = V_1$:

a) Suponga las placas en el vacío.

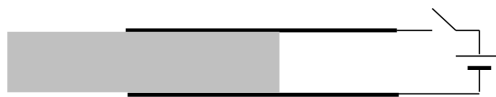
b) Suponga que un dieléctrico de constante K ocupa el espacio entre las placas.

Problema 28

Un condensador de placas paralelas de ancho w , longitud L tiene un trozo de material dieléctrico de permitividad ϵ en el espacio entre las placas. El capacitor está cargado a un voltaje V_0 por medio de una batería, como se indica en la figura. Suponiendo que la plancha de dieléctrico es apartada como muestra la figura, determinar la fuerza que actúa sobre el dieléctrico.

a) Con el interruptor cerrado.

b) Con el interruptor abierto.



Problema 29

Un electrón rápido (energía cinética $= 3 \times 10^{-17} J$) entra a una región del espacio que contiene un campo eléctrico uniforme $E = 1000 V/m$. El campo es paralelo al movimiento del electrón, y en un sentido tal que lo desacelera. ¿Cuánto recorrerá el electrón antes de detenerse?

Problema 30

Se dan una cáscara esférica de dieléctrico (radio interior a , radio exterior b , constante dieléctrica K y una carga puntual q , infinitamente separada. Colóquese la carga puntual en el centro de la cáscara de dieléctrico. Determine el cambio en la energía del sistema.

Problema 31

- a) ¿Cuál es la capacidad de un condensador que puede almacenar $1.000 J$ a $1.000 V$?
- b) Considere que el condensador está formado por placas paralelas separadas $10^{-5} m$, que están rellenas con un material de constante dieléctrica
- c) ¿Cuál es el área necesaria de las placas?