

Guía N°3

Materiales Dieléctricos

Problema 1. Considere el átomo de H sumergido en un campo eléctrico. Tome como modelo atómico el de un protón rodeado por una nube eléctrica que se modela como una densidad uniforme de carga aplicada en una esfera de radio a centrada en el protón.

- (a) ¿Qué le sucede a la nube electrónica cuando se enciende el campo eléctrico externo?
- (b) Obtenga una expresión para $p = e d$ en función del campo eléctrico externo E , siendo e la carga del electrón y d la distancia relativa entre el centro de carga negativa y el protón.
- (c) Defina la polarizabilidad atómica y discuta su dependencia en el volumen del átomo bajo consideración.

_____ ○ _____

Problema 2. A partir de los resultados hallados en el problema anterior y de los valores tabulados en la literatura para la polarizabilidad atómica:

- (a) Obtenga los radios de los átomos de H, He, Li, Be, C, Ne, Na, Ar, K y Cs.
- (b) ¿Cómo varían los tamaños atómicos en función del número atómico?
- (c) Discuta en función de su ubicación en la tabla periódica las diferencias de volumen de átomos de la tabla periódica con números atómicos consecutivos como He y Li, Ne y Na, Ar y K.

_____ ○ _____

Problema 3. La susceptibilidad eléctrica de una sustancia es $4.425 \times 10^{-11} C^2/Nm^2$. ¿Cuáles son los valores de la constante dieléctrica y de la permitividad del dieléctrico? ¿De qué material se trata?

_____ ○ _____

Problema 4.

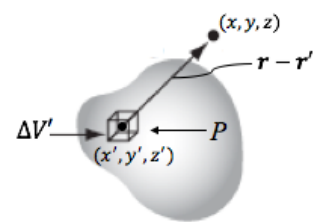
Una porción finita de material dieléctrico polarizado está caracterizada en cada punto \vec{r}' por una polarización $\vec{P}(\vec{r}')$. Cada elemento de volumen $\Delta v'$ tiene un momento dipolar $\vec{\Delta p} = \vec{P} \Delta v$ y la contribución de todos los elementos de volumen del dieléctrico da lugar a un potencial en el punto \vec{r} igual a:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{P}}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv'$$

Teniendo en cuenta que $\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right)$ y que la divergencia del producto de un escalar f por un vector \vec{F} se calcula como $\nabla \cdot (f\vec{F}) = \nabla f \cdot \vec{F} + f \nabla \cdot \vec{F}$, llegue a la expresión para el potencial en función de las densidades de carga de polarización $\sigma_P = \vec{P} \cdot \hat{n}$ y $\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$.

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_S \frac{\sigma_P dA'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \int_V \frac{\rho_P dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right]$$

_____ ○ _____



Problema 5. Un cascarón esférico (radio interno a y radio externo b) esta hecho de un material dieléctrico con una polarización permanente:

$$\vec{P}(r) = \frac{k}{r} \hat{r}$$

donde k es una constante y r es la distancia desde el centro. Teniendo en cuenta de que no hay carga libre en este problema, encuentre el campo eléctrico en todas las regiones utilizando:

(a) La ley de Gauss (localice toda la carga encerrada).

(b) La ley de Gauss generalizada, encontrando primero \vec{D} y luego el vector campo eléctrico por medio de la ecuación $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.

(Nota: Este dieléctrico NO es lineal).

_____ o _____

Problema 6. Considere el caso de una carga puntual sumergida en un fluido dieléctrico infinito, de constante dieléctrica K .

(a) Calcular el vector desplazamiento eléctrico.

(b) Calcular el vector campo eléctrico.

(c) Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial. (Verifique utilizando coordenadas cartesianas que $\nabla \cdot (\vec{r}/r^3) = 0$ para $r \neq 0$).

(d) Verificar que $Q_p \neq 0$.

_____ o _____

Problema 7. Una carga puntual q se sumerge en el centro de una esfera dieléctrica de vidrio pyrex y radio a .

(a) Calcular el vector desplazamiento eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.

(b) Calcular el vector campo eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.

(c) Graficar el campo eléctrico como función de r .

(d) Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.

(e) Verificar que $Q_p = 0$.

(f) Calcular el potencial eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.

(g) Graficar el potencial eléctrico como función de r .

_____ o _____

Problema 8. Suponga una distribución volumétrica de carga esférica tal que $\rho(r) = A/r$ para $r < a$ y 0 para $r > a$. Esta distribución se encuentra rodeada por un cascarón dieléctrico de constante dieléctrica K y radio interno a y radio externo b con $a < b$.

(a) Calcular el vector desplazamiento eléctrico en todo el espacio y graficarlo como función de r .

(b) Calcular el vector campo eléctrico en todo el espacio y graficarlo como función de r .

(c) Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.

(d) Calcular el potencial eléctrico en todo el espacio y graficarlo como función de r .

_____ o _____

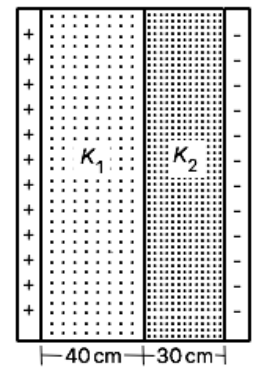
Problema 9. Un hilo conductor con densidad lineal de carga λ uniforme atraviesa un cilindro dieléctrico infinito de radio a por su eje de simetría.

- Calcular el vector desplazamiento eléctrico en el interior y el exterior del cilindro.
- Calcular el vector campo eléctrico en el interior y el exterior del cilindro. Graficar el campo eléctrico como función de r .
- Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.
- Verificar que $Q_p = 0$.

_____ o _____

Problema 10. Entre dos placas paralelas cuadradas se coloca Mylar (K_1) y papel parafinado (K_2) como muestra la figura. Si el área de las láminas es 1 m^2 y las láminas tienen cargas opuestas de 50 mC en módulo, calcular (despreciando los efectos de borde):

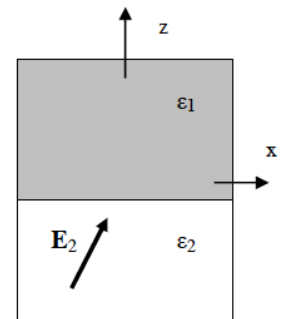
- El vector campo eléctrico en ausencia de los dieléctricos.
- El vector desplazamiento en ambos dieléctricos.
- El vector campo eléctrico en ambos dieléctricos.
- El vector polarización en ambos medios.
- Las densidades volumétricas y superficiales de polarización.
- La diferencia de potencial entre las placas del condensador.
- La capacidad del condensador.



_____ o _____

Problema 11.

La figura muestra la interfase entre dos dieléctricos, aceite siliconado (ϵ_1) para $z > 0$ y agua destilada (ϵ_2) para $z < 0$. Sabiendo que: $\vec{E}_2 = 10 \hat{e}_x + 20 \hat{e}_z$ para $z < 0$, calcular \vec{E}_1 , \vec{D}_1 y \vec{D}_2 .



_____ o _____

Problema 12. Considere un condensador cilíndrico consistente en dos cilindros coaxiales de radios a y b y longitud l que poseen cargas iguales y opuestas $+q$ y $-q$.

- Calcule el valor de la capacitancia del condensador en función de los parámetros del mismo.
- Diga cómo cambia el valor de la capacitancia en función del dieléctrico utilizado entre ambos cilindros.
- De valores puntuales asumiendo $a = 10 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $l = 30 \text{ cm}$ y $q = 20 \text{ mC}$ para aire y Mylar.

_____ o _____

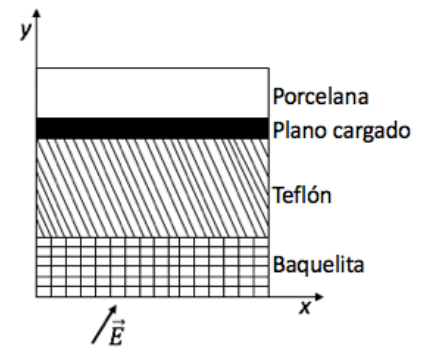
Problema 13. La figura muestra un arreglo de dieléctricos ubicados en forma horizontal. La capa inferior está constituida por baquelita, la que está en el medio por teflón y la que está por encima de todo por porcelana. Entre la capa de teflón y la de porcelana hay un plano cargado tal que $\sigma = 0.5 \text{ C/m}^2$. Si en la baquelita penetra un campo eléctrico $\vec{E} = 5 \hat{i} + 10 \hat{j}$,

(a) Calcule para las 3 regiones

I. Los vectores \vec{E} , \vec{D} y \vec{P} .

II. Las densidades volumétricas y superficiales de polarización.

(b) Grafique dichos vectores en función de la variable y .



_____ o _____

Problema 14.

(a) Calcule la capacidad de una esfera conductora de radio R ubicada en un dieléctrico infinito de constante K .

(b) Calcule la capacidad de un condensador esférico de radios R_a y R_b , ($R_b > R_a$). Tome el límite $R_b \rightarrow \infty$, ¿qué resultado obtiene?

_____ o _____

Problema 15. Calcule la energía potencial electrostática correspondiente a:

(a) una esfera conductora de radio a cargada con carga $+Q$.

(b) una esfera de radio a con carga $+Q$ distribuida uniformemente en su volumen.

(c) una esfera de radio a con carga $\rho = C/r$ siendo C una constante tal que la carga total es $+Q$.

(d) ¿Para qué configuración la energía potencial electrostática es menor? ¿Qué puede comentar acerca de este punto?

_____ o _____

Problema 16. Calcule la energía potencial electrostática para un capacitor de placas paralelas con una de sus placas a $V = 0$ y la otra a $V = V_1$:

(a) Suponga las placas en el vacío.

(b) Suponga que un dieléctrico de constante K ocupa el espacio entre las placas

_____ o _____