

Guía N°3

Materiales Dieléctricos

Problema 1. Considere el átomo de H sumergido en un campo eléctrico. Tome como modelo atómico el de un protón rodeado por una nube eléctrica que se modela como una densidad uniforme de carga aplicada en una esfera de radio a centrada en el protón.

(a) ¿Qué le sucede a la nube electrónica cuando se enciende el campo eléctrico externo?

(b) Obtenga una expresión para $p = e d$ en función del campo eléctrico externo E , siendo e la carga del electrón y d la distancia relativa entre el centro de carga negativa y el protón.

(c) Defina la polarizabilidad atómica y discuta su dependencia en el volumen del átomo bajo consideración.

_____ o _____

Problema 2. A partir de los resultados hallados en el problema anterior y de los valores tabulados en la literatura para la polarizabilidad atómica (*libro de Griffiths*):

(a) Obtenga los radios de los átomos de H, He, Li, Be, C, Ne, Na, Ar, K y Cs.

(b) ¿Cómo varían los tamaños atómicos en función del número atómico?

(c) Discuta en función de su ubicación en la tabla periódica las diferencias de volumen de átomos de la tabla periódica con números atómicos consecutivos como He y Li, Ne y Na, Ar y K.

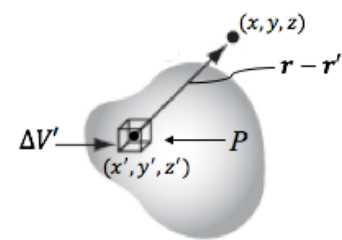
_____ o _____

Problema 3. La susceptibilidad eléctrica de una sustancia es $4,425 \times 10^{-11} C^2/Nm^2$. ¿Cuáles son los valores de la constante dieléctrica y de la permitividad del dieléctrico?. ¿De qué material se trata?

_____ o _____

Problema 4. Una porción finita de material dieléctrico polarizado está caracterizada en cada punto \vec{r} por una polarización $\vec{P}(\vec{r}')$. Cada elemento de volumen $\Delta v'$ tiene un momento dipolar $\Delta \vec{p} = \vec{P} \Delta v$ y la contribución de todos los elementos de volumen del dieléctrico da lugar a un potencial en el punto \vec{r} igual a:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(\vec{r}-\vec{r}') \cdot \vec{P}}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} dv'$$



Teniendo en cuenta que $\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = \nabla' \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right)$ y que la divergencia del producto de un escalar f por un vector \vec{F} se calcula como $\nabla \cdot (f\vec{F}) = \nabla f \cdot \vec{F} + f\nabla \cdot \vec{F}$, llegue a la expresión para el potencial en función de las densidades de carga de polarización $\sigma_P = \vec{P} \cdot \hat{n}$ y $\rho_P = -\nabla \cdot \vec{P}$.

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\oint_S \frac{\sigma_P dA'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + \int_V \frac{\rho_P dV'}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right]$$

_____ o _____

Problema 5. Una carga puntual q se sumerge en el centro de una esfera dieléctrica de vidrio pyrex y radio a .

- Calcular el vector desplazamiento eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.
- Calcular el vector campo eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.
- Graficar el campo eléctrico como función de r .
- Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.
- Verificar que $Q_p = 0$.
- Calcular el potencial eléctrico en el interior y el exterior de la esfera.
- Graficar el potencial eléctrico como función de r .

_____ ○ _____

Problema 6. Considere el caso de una carga puntual sumergida en un fluido dieléctrico infinito, de constante dieléctrica K .

- Calcular el vector desplazamiento eléctrico.
- Calcular el vector campo eléctrico.
- Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial. (Verifique utilizando coordenadas cartesianas que $\nabla \cdot (\vec{r}/r^3) = 0$ para $r \neq 0$).
- Verificar que $Q_p \neq 0$.

_____ ○ _____

Problema 7. Un cascarón esférico (radio interno a y radio externo b) esta hecho de un material dieléctrico con una polarización permanente:

$$\vec{P}(r) = \frac{k}{r} \hat{r}$$

donde k es una constante y r es la distancia desde el centro. Teniendo en cuenta de que no hay carga libre en este problema, encuentre el campo eléctrico en todas las regiones utilizando:

- La ley de Gauss (localice toda la carga encerrada).
- La ley de Gauss generalizada, encontrando primero \vec{D} y luego el vector campo eléctrico por medio de la ecuación $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$.
- ¿Qué puede decir acerca de los sentidos de los vectores polarización y campo eléctrico? Compare con los resultados obtenidos en el problema 5. ¿A qué puede atribuir dicha diferencia? (Nota: Este dieléctrico NO es lineal).

_____ ○ _____

Problema 8. Suponga una distribución volumétrica de carga esférica tal que $\rho(r) = A/r$ para $r < a$ y 0 para $r > a$. Esta distribución se encuentra rodeada por un cascarón dieléctrico de constante dieléctrica K y radio interno a y radio externo b con $a < b$.

- Calcular el vector desplazamiento eléctrico en todo el espacio y graficarlo en función de r .
- Calcular el vector campo eléctrico en todo el espacio y graficarlo como función de r .
- Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.
- Calcular el potencial eléctrico en todo el espacio y graficarlo como función de r .

_____ ○ _____

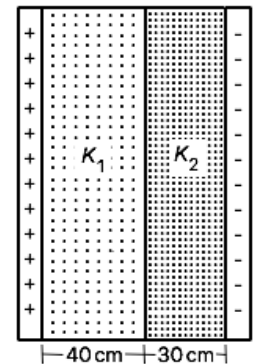
Problema 9. Un hilo conductor con densidad lineal de carga λ uniforme atraviesa un cilindro dieléctrico infinito de radio a por su eje de simetría.

- Calcular el vector desplazamiento eléctrico en el interior y el exterior del cilindro.
- Calcular el vector campo eléctrico en el interior y el exterior del cilindro. Graficar el campo eléctrico como función de r .
- Obtener las densidades de carga de polarización volumétrica y superficial.
- Verificar que $Q_p = 0$.

_____ ○ _____

Problema 10. Entre dos placas paralelas cuadradas se coloca Mylar (K_1) y papel parafinado (K_2) como muestra la figura. Si el área de las láminas es 1 m^2 y las láminas tienen cargas opuestas de 50 mC en módulo, calcular (despreciando los efectos de borde):

- El vector campo eléctrico en ausencia de los dieléctricos.
- El vector desplazamiento en ambos dieléctricos.
- El vector campo eléctrico en ambos dieléctricos.
- El vector polarización en ambos medios.
- Las densidades volumétricas y superficiales de polarización.
- La diferencia de potencial entre las placas del condensador.
- La capacidad del condensador.



_____ ○ _____

Problema 11. Sea un capacitor de caras paralelas conectado a una fuente de potencial $V_0 > 0$. Las placas metálicas están a una distancia $d = a + b$, y entre ellas hay dos dieléctricos de permitividades ϵ_1 y ϵ_2 y espesores a y b respectivamente, tal como muestra la figura. Considerando que $\epsilon_1 > \epsilon_2$:

(a) Determine la intensidad del campo eléctrico entre las dos placas y grafique su valor en función de la distancia a la placa que esta conectada a Tierra.

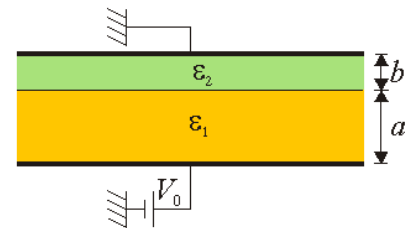
(b) Determine el valor del potencial en la misma región y gráfiquelo, indicando claramente el valor del potencial en la interfase.

(c) Determine el valor de la carga inducida en cada una de las placas.

(d) Determine el valor de las densidades de carga de polarización (volumétricas y superficiales) en cada uno de los dieléctricos.

(e) Suponiendo que cada placa tiene una superficie A , determine la capacidad de este condensador.

_____ ○ _____



Problema 12. Considere un condensador cilíndrico consistente en dos cilindros coaxiales de radios a y b y longitud l que poseen cargas iguales y opuestas $+q$ y $-q$.

(a) Calcule el valor de la capacitancia del condensador en función de los parámetros del mismo.

(b) Diga cómo cambia el valor de la capacitancia en función del dieléctrico utilizado entre ambos cilindros.

(c) De valores puntuales asumiendo $a = 10 \text{ cm}$, $b = 15 \text{ cm}$, $l = 30 \text{ cm}$ y $q = 20 \text{ mC}$ para aire y Mylar.

_____ ○ _____

Problema 13.

(a) Calcule la capacidad de una esfera conductora de radio R ubicada en un dieléctrico infinito de constante K .

(b) Calcule la capacidad de un condensador esférico de radios R_a y R_b , ($R_b > R_a$). Tome el límite $R_b \rightarrow \infty$, ¿qué resultado obtiene?

_____ o _____

Problema 14. Calcule la energía potencial electrostática para un capacitor de placas paralelas con una de sus placas a $V = 0$ y la otra a $V = V_1$:

(a) Suponga las placas en el vacío.

(b) Suponga que un dieléctrico de constante K ocupa el espacio entre las placas.

_____ o _____

Problema 15. Calcule la energía potencial electrostática correspondiente a:

(a) una esfera conductora de radio a cargada con carga $+Q$.

(b) una esfera de radio a con carga $+Q$ distribuida uniformemente en su volumen.

(c) una esfera de radio a con carga $\rho = \frac{C}{r}$ siendo C una constante tal que la carga total es $+Q$.

(d) ¿Para qué configuración la energía potencial electrostática es menor? ¿Qué puede comentar acerca de este punto?

_____ o _____

Problema 16. El espacio entre dos placas metálicas circulares de 26 cm de diámetro, situadas paralelamente a una distancia 3 mm está vacío. Entre las placas se establece una diferencia de potencial de 20 V .

(a) ¿Cuánto vale la energía almacenada en el sistema?

(b) Suponga que, una vez cargado el condensador se desconecta la fuente y se introduce entre las placas una lámina de metacrilato ($\epsilon_r = 3,3$) de 2 mm de espesor. ¿Cuánto cambia la energía almacenada en el sistema? ¿Cómo se explica la diferencia?

(c) Suponiendo que el proceso anterior se hubiera efectuado sin desconectar la fuente, ¿cuál sería en ese caso la variación en la energía? ¿Cuánto trabajo realizaría la fuente de tensión?

_____ o _____

Problema 17. Un capacitor plano de aire, de $20 \mu\text{F}$, está conectado a una fuente de tensión continua de 12 V . Sin desconectarlo de esta fuente se le introduce un dieléctrico cuya constante dieléctrica es $K = 4$.

(a) ¿Cuál es la variación e energía entre el capacitor con y sin dieléctrico?

(b) Calcular la carga que el capacitor recibe de la batería.

_____ o _____