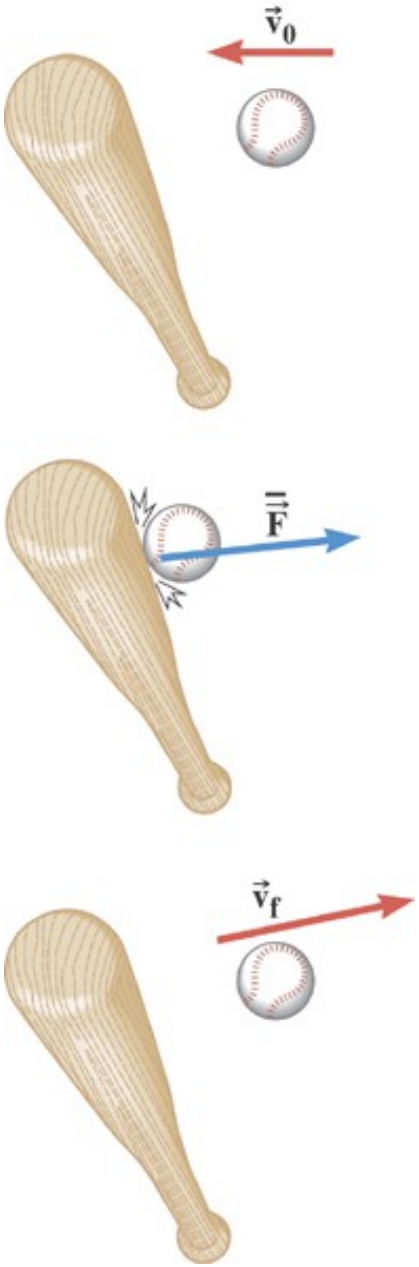
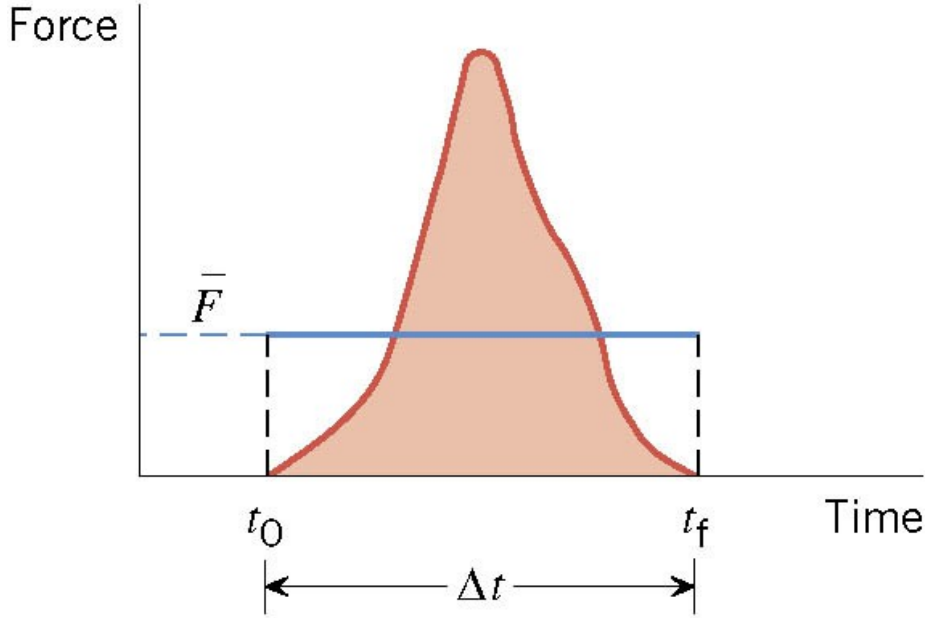
Impulso y cantidad de movimiento

7.1 Teorema del impulso y la cantidad de movimiento



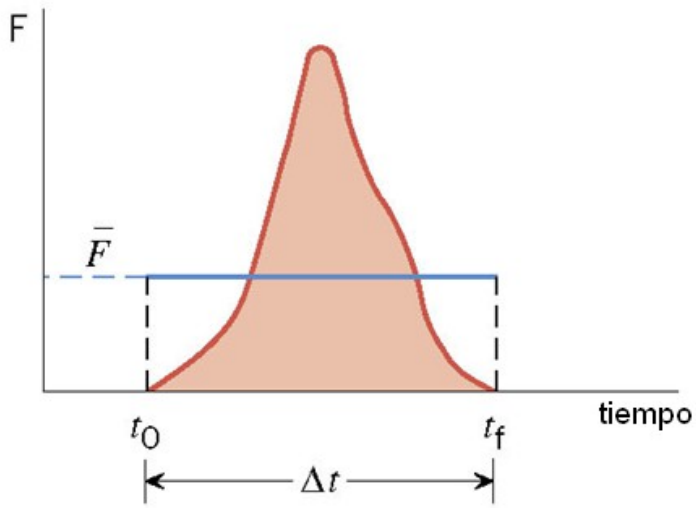


(b)

Existen situaciones donde la fuerza sobre un objeto no es constante.

DEFINICION de IMPULSO

El impulso de una fuerza es el producto de la fuerza media y el intervalo de tiempo durante el cual la fuerza actúa.

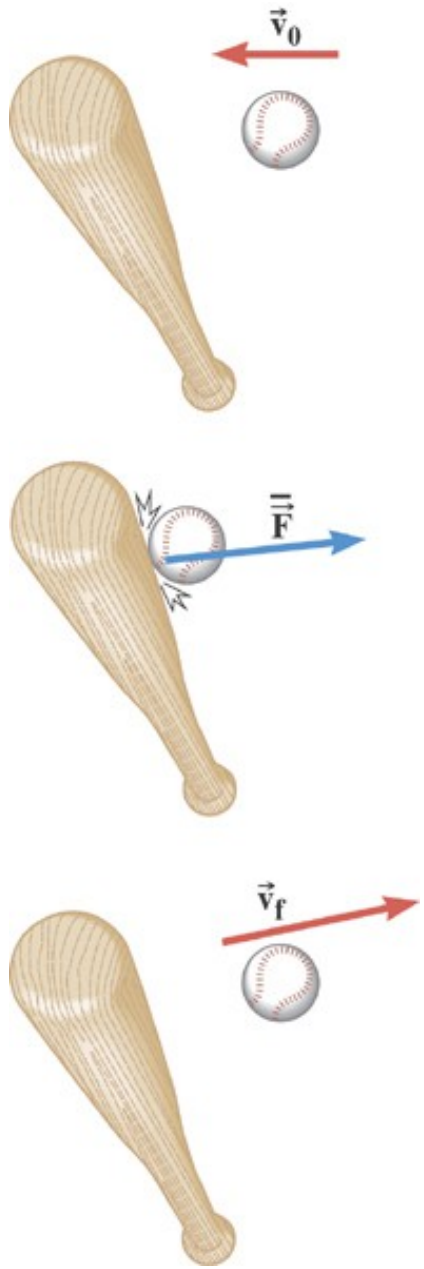


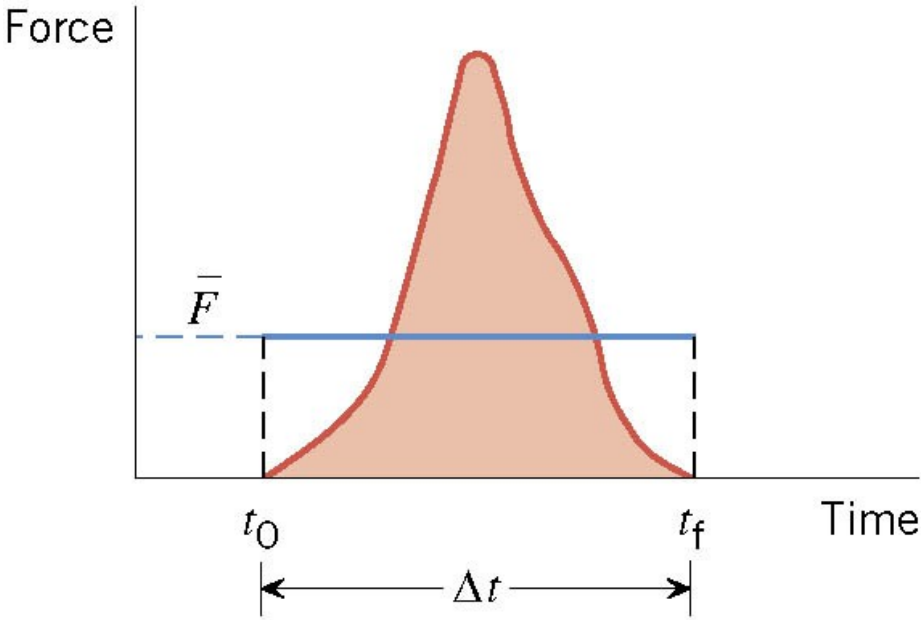
$$\mathrm{I} = \overline{\mathbf{F}}\Delta t$$

Impulso es una magnitud vectorial y tiene la misma dirección que la fuerza media.

$$\text{newton} \cdot \text{segundos}\ (\mathrm{N} \cdot \mathrm{s})$$

7.1 Teorema del impulso y la cantidad de movimiento

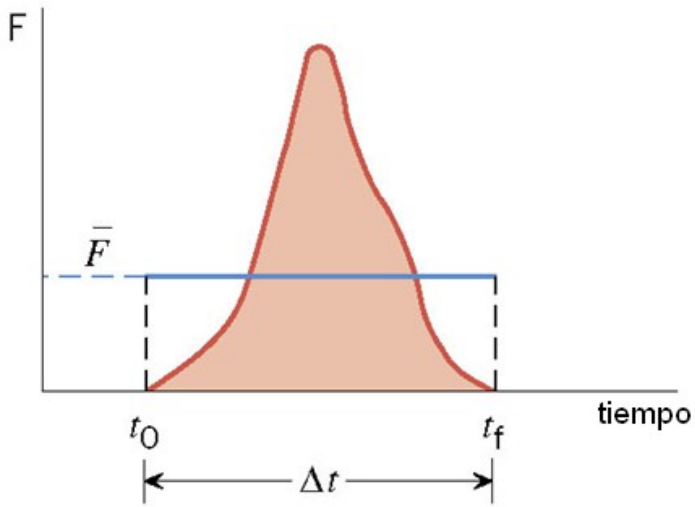




(b)

$$\mathbf{I} = \bar{\mathbf{F}}\Delta t$$

Impulso



$$\mathrm{I} = \int F dt$$

DEFINICION de CANTIDAD de MOVIMIENTO

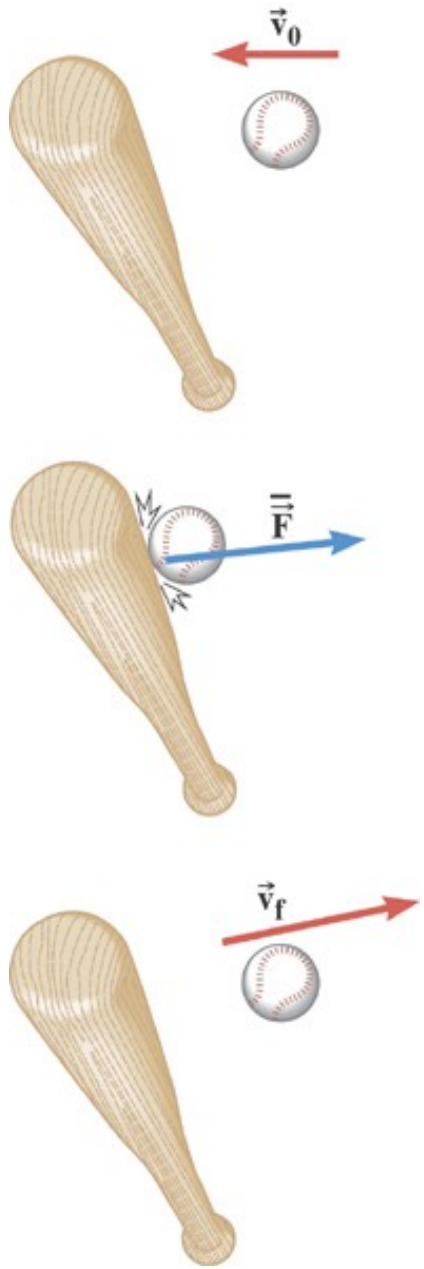
La ***cantidad de movimiento*** (o ***momentum lineal***) de un objeto es el producto de la masa del objeto por su velocidad:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial y tiene la misma dirección que la velocidad.

$$\text{kilogramo} \cdot \text{metro/segundo} \; (\text{kg} \cdot \text{m/s})$$

7.1 Teorema del impulso y la cantidad de movimiento



$$\vec{a} = \frac{\mathbf{v_f} - \mathbf{v_o}}{\Delta t}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\sum \vec{F} = \frac{m\mathbf{v_f} - m\mathbf{v_o}}{\Delta t}$$

$$\left(\sum \vec{F}\right)\Delta t = m\vec{v}_f - m\vec{v}_o$$

TEOREMA DEL IMPULSO y la CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Cuando una ***fuerza neta*** actúa sobre un objeto, el i***mpulso*** de esta fuerza es igual al ***cambio en la cantidad de movimiento*** (momentum) del objeto.

impulso

$$\left(\sum \overline{\mathbf{F}}\right)\Delta t = m\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} - m\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}}$$

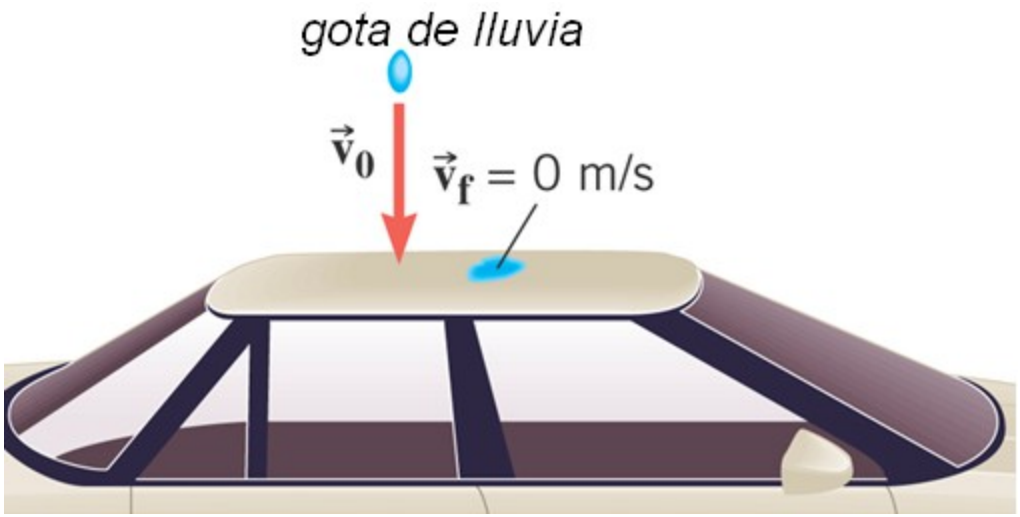
Momentum final

momentum inicial

Ejemplo. Lluvia.

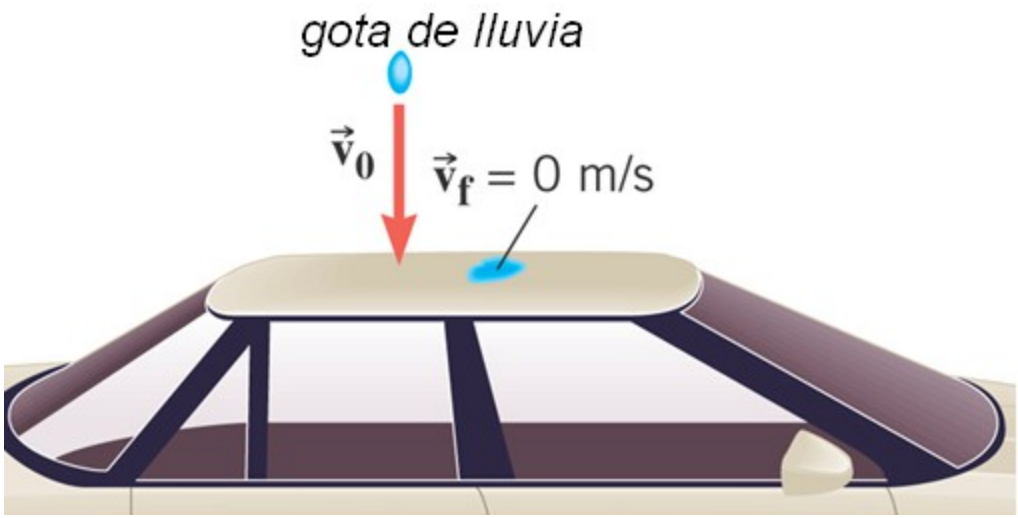
La lluvia está cayendo con una velocidad de -15 m/s y golpea el techo de un auto. La masa de agua por segundo que golpea el techo del auto es 0.060 kg/s. Asumiendo que la lluvia queda en reposo luego de golpear el auto, encontrar la fuerza media ejercida por la lluvia sobre el techo.

$$\left(\sum \overline{\mathbf{F}}\right)\Delta t = m\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}} - m\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}}$$



7.1 Teorema del impulso y la cantidad de movimiento

Despreciando el peso de las gotas de lluvia, la fuerza neta de una gota es simplemente la fuerza de contacto con el techo.



$$\overline{\mathbf{F}}\Delta t = m\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{f} - m\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{o} \quad \Longrightarrow \quad \overline{\vec{\mathbf{F}}} = -\left(\frac{m}{\Delta t}\right)\vec{\mathbf{v}}_\mathbf{o}$$

$$\overline{\mathbf{F}} = -(0.060\,\mathrm{kg/s})(-15\,\mathrm{m/s}) = +0.90\ \mathrm{N}$$

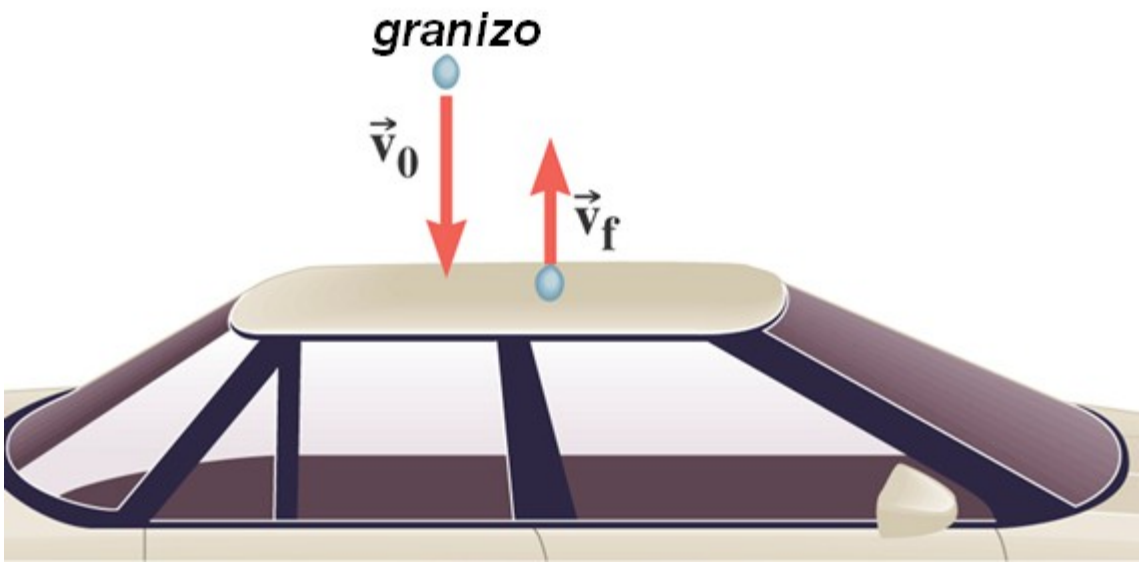
Ejemplo conceptual. Granizo vs lluvia.

Suponer que en lugar de lluvia cae granizo. A diferencia de la lluvia, el granizo generalmente rebota sobre el techo.

Si cae granizo en lugar de lluvia, la fuerza sería:

- menor que
- Igual a
- mayor que

la calculada en el ejemplo anterior?



Teorema del trabajo y la Energía⇔Conservación de la Energía

Teorema del Impulso y la cantidad de movimiento ⇔???

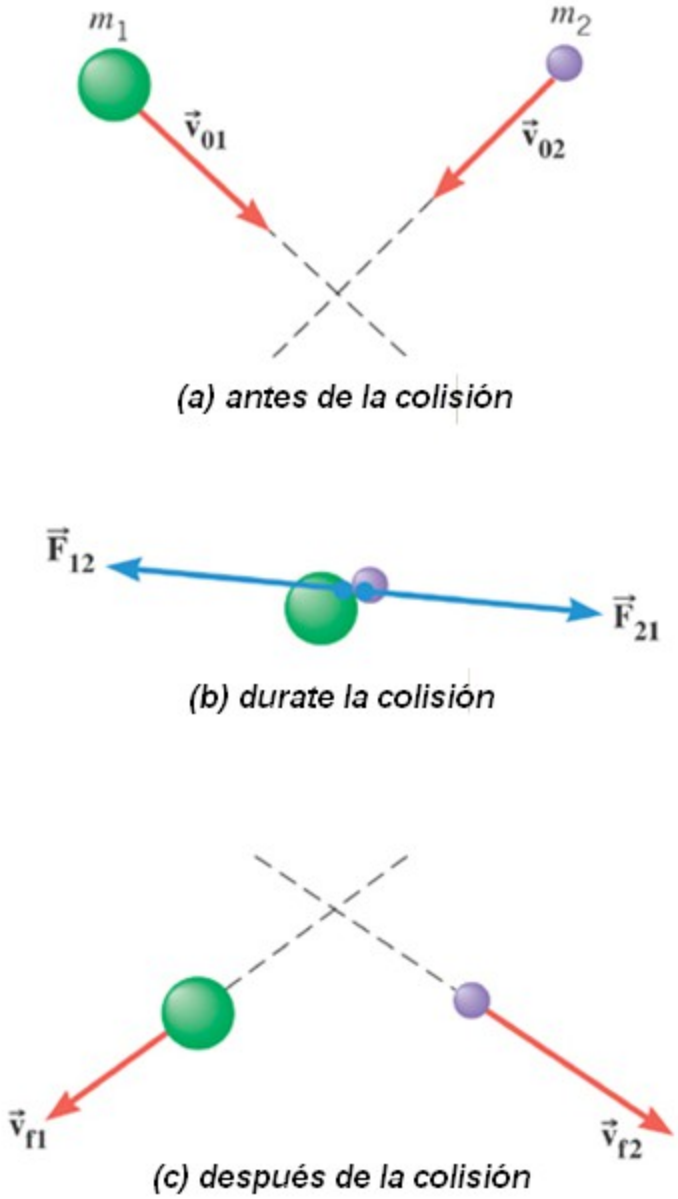
Aplicaremos el teorema del Impulso y la cantidad de movimiento a la colisión en el aire de dos objetos…

7.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento

Sistema: *conjunto de objetos en estudio.*

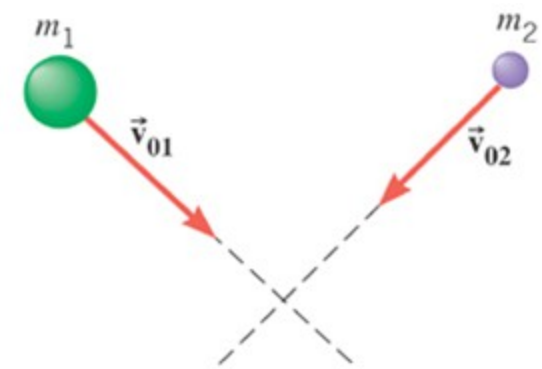
Fuerzas internas: Fuerzas ejercidas entre los objetos pertenecientes al sistema

Fuerzas externas: Fuerzas ejercidas sobre los objetos por agentes externos al sistema.



7.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento

$$\left(\sum \mathbf{F}\right)\Delta t = m\mathbf{v}_{\mathbf{f}} - m\mathbf{v}_{\mathbf{o}}$$



(a) antes de la colisión

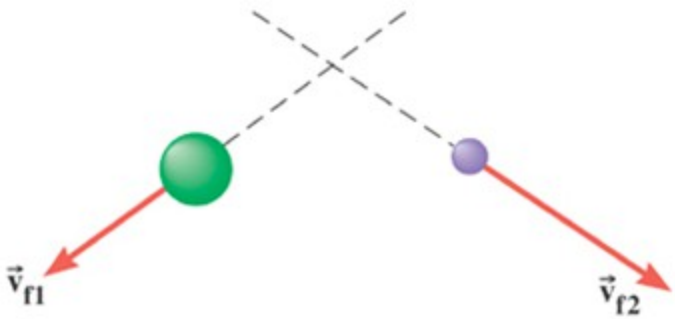
OBJECT 1

$$\boxed{\left(\mathbf{W}_1 + \overline{\mathbf{F}}_{12}\right)\Delta t = m_1\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}1} - m_1\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}1}}$$

(b) durate la colisión

OBJECT 2

$$\boxed{\left(\mathbf{W}_2 + \overline{\mathbf{F}}_{21}\right)\Delta t = m_2\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}2} - m_2\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}2}}$$



(c) después de la colisión

7.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento

$$\left(\mathbf{W}_1 + \overline{\mathbf{F}}_{12}\right)\Delta t = m_1 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}1} - m_1 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}1}$$

$$+$$

$$\left(\mathbf{W}_2 + \overline{\mathbf{F}}_{21}\right)\Delta t = m_2 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}2} - m_2 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}2}$$

$$\Downarrow$$

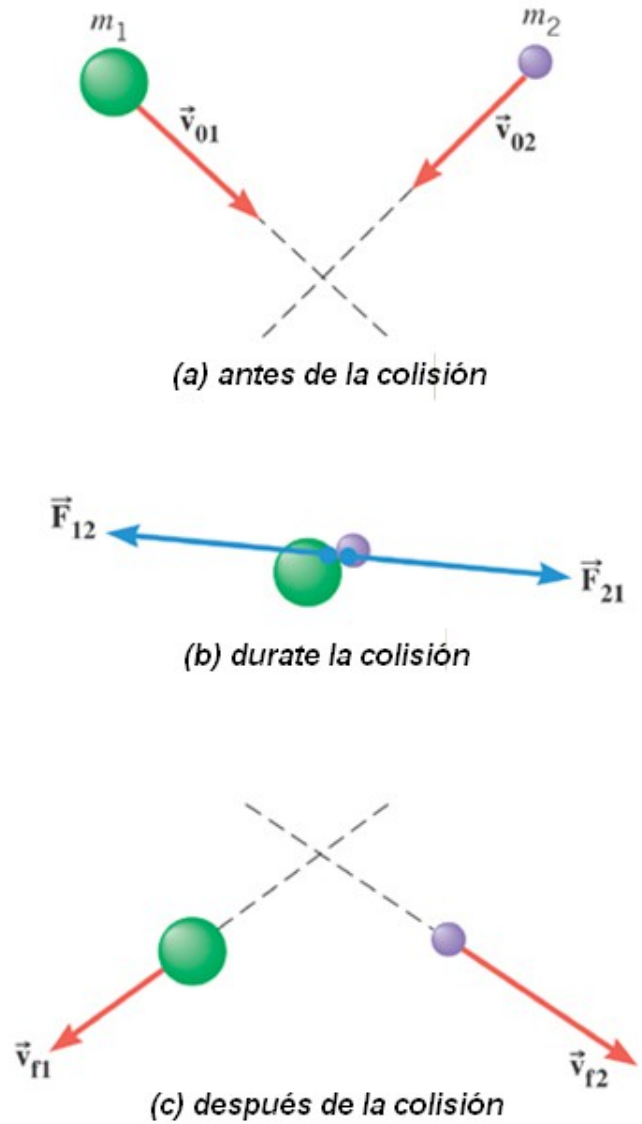
$$\left(\mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_2 + \overline{\mathbf{F}}_{12} + \overline{\mathbf{F}}_{21}\right)\Delta t = \underbrace{\left(m_1 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}1} + m_2 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{f}2}\right)}_{\mathbf{P_f}} - \underbrace{\left(m_1 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}1} + m_2 \vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{o}2}\right)}_{\mathbf{P_o}}$$

$$\boxed{\overline{\mathbf{F}}_{12} = -\overline{\mathbf{F}}_{21}}$$

7.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento

Las fuerzas internas se cancelan de a pares.

$$\underbrace{\left(\mathbf{W}_1 + \mathbf{W}_2\right)}_{\text{(suma de fuerzas externas)}}\Delta t = \mathbf{P}_\mathbf{f} - \mathbf{P}_\mathbf{o}$$



$$\boxed{(suma\ de\ fuerzas\ externas)\Delta t = \mathbf{P_f} - \mathbf{P_o}}$$

Si la suma de fuerzas externas es cero, entonces

$$0 = \mathbf{P_f} - \mathbf{P_o} \Longrightarrow \boxed{\mathbf{P_f} = \mathbf{P_o}}$$

PRINCIPIO de CONSERVACIÓN de la CANTIDAD de MOVIMIENTO

La cantidad de movimiento total de un sistema aislado es constante (se conserva).

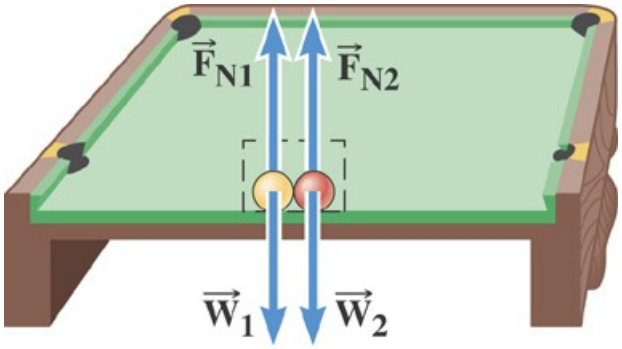
Un ***sistema aislado*** es aquél para el cual la suma de fuerzas externas actuantes sobre él es cero.

Ejemplo conceptual.
¿Se conserva la cantidad de movimiento total?

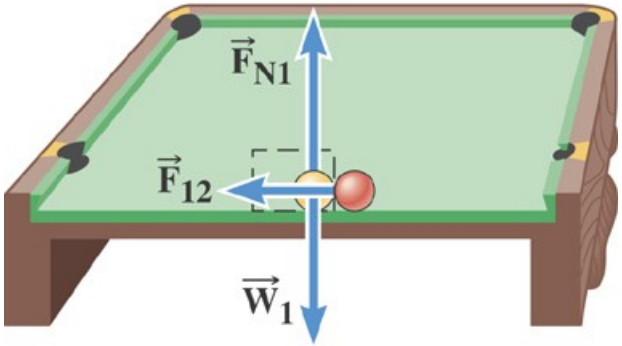
Imaginar dos bolas colisionando en una mesa de billar libre de fricción. Usar el principio de conservación de la cantidad de movimiento y responder:

(a) La ***P*** total del sistema de dos bolas ¿es la misma antes y después de la colisión?

(b) Idem, considerando el sistema con una sola bola.



(*a*)



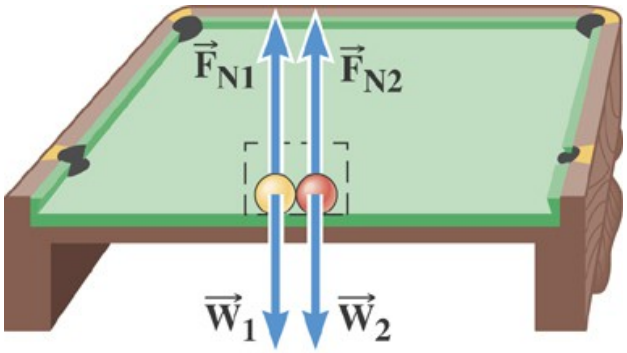
(*b*)

7.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento

PRINCIPIO de CONSERVACIÓN de la CANTIDAD de MOVIMIENTO

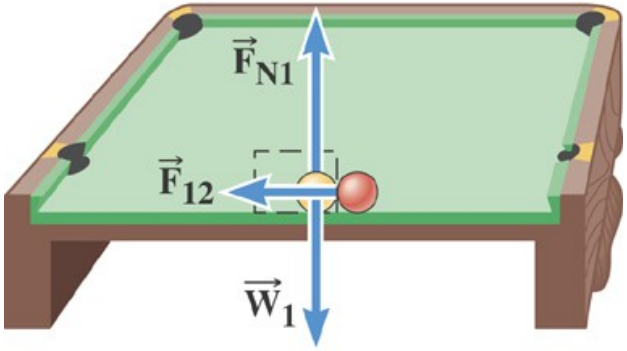
La cantidad de movimiento total de un sistema aislado es constante (se conserva). Un sistema aislado es aquél para el cual la suma de fuerzas externas actuantes sobre él es cero.

a) En la figura superior, la fuerza externa neta sobre el sistema ***es cero.***



(*a*)

b) En la figura inferior, la fuerza externa neta sobre el sistema ***no es cero***.

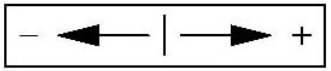


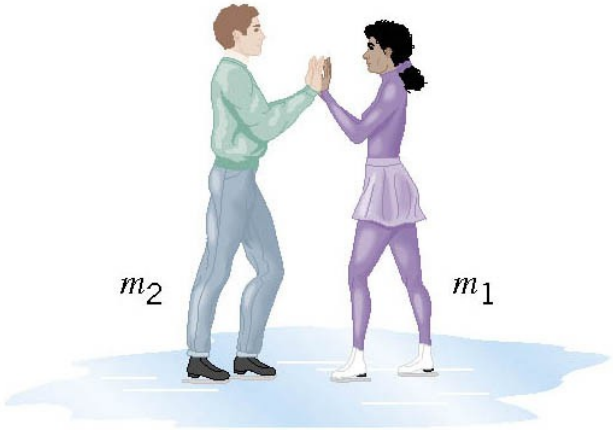
(*b*)

Ejemplo.
Patinadores sobre hielo.

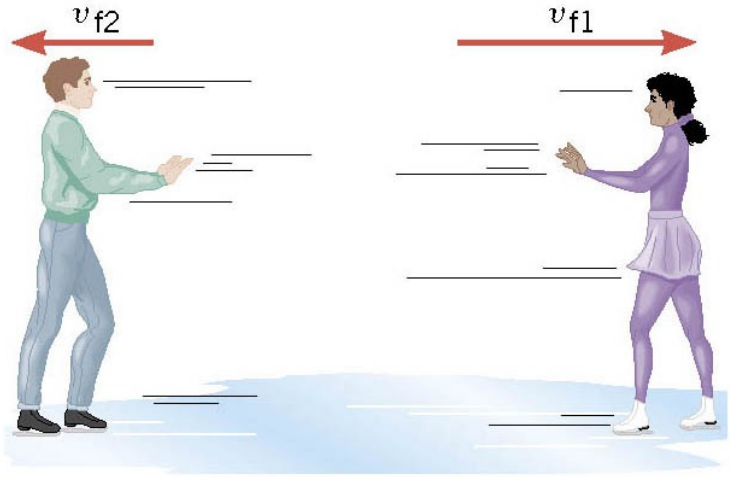
Partiendo del reposo, dos patinadores se empujan, uno contra el otro, sobre el hielo donde la fricción es despreciable.

Uno es una mujer de 54-kg y el otro un hombre de 88-kg. La mujer se aleja con una velocidad de +2.5 m/s. Encontrar la rapidez con que retrocede el hombre.





(*a*) Before



(*b*) After

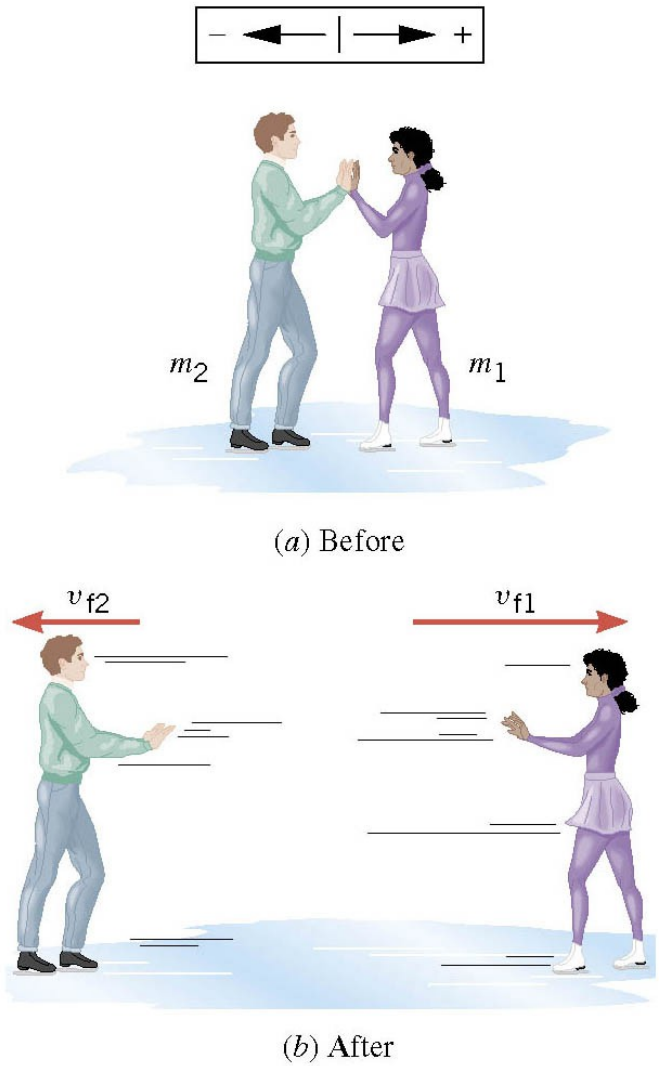
7.2 Principio de conservación de la cantidad de movimiento

$$\mathbf{P_f} = \mathbf{P_o}$$

$$m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2} = 0$$

$$v_{f2} = -\frac{m_1 v_{f1}}{m_2}$$

$$v_{f2} = -\frac{(54\,\text{kg})(+2.5\,\text{m/s})}{88\,\text{kg}} = -1.5\,\text{m/s}$$



Aplicando el Principio de conservación de la Cantidad de Movimiento.

1. Decidir cuáles objetos están incluídos en el sistema.

2. Identificar las fuerzas externas y las internas (depende de cuál es el sistema).

3. Verificar que el sistema sea aislado.

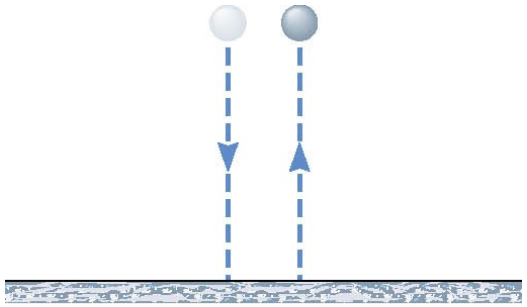
4. Aplicar

$$\boxed{\mathbf{P}_f = \mathbf{P}_0}$$

Recordar que **P** es un vector.

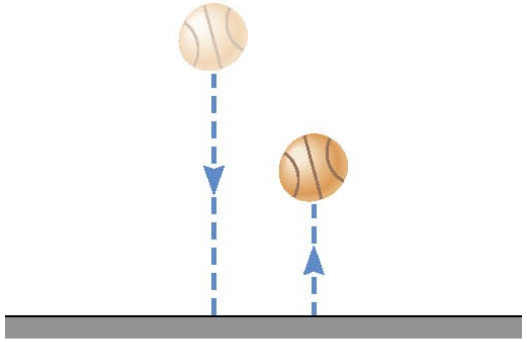
7.3 Colisiones en una dimensión

La cantidad de movimiento total se conserva cuando dos objetos colisionan,si ellos constituyen un sistema aislado.



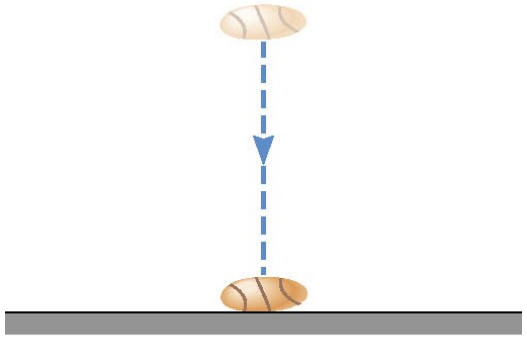
(*a*) Elastic collision

Colisión elástica: *es aquél en el cual la energía cinética total del sistema luego de la colisión* ***es igual*** *a la energía cinética total antes de la colisión.*



(*b*) Inelastic collision

Colisión inelástica: *es aquél en el cual la energía cinética total del sistema luego de la colisión* ***no es igual*** *a la energía cinética total antes de la colisión*; si los objetos quedan pegados luego de colisionar, se dice que la colisión es totalmente inelástica (plástica).

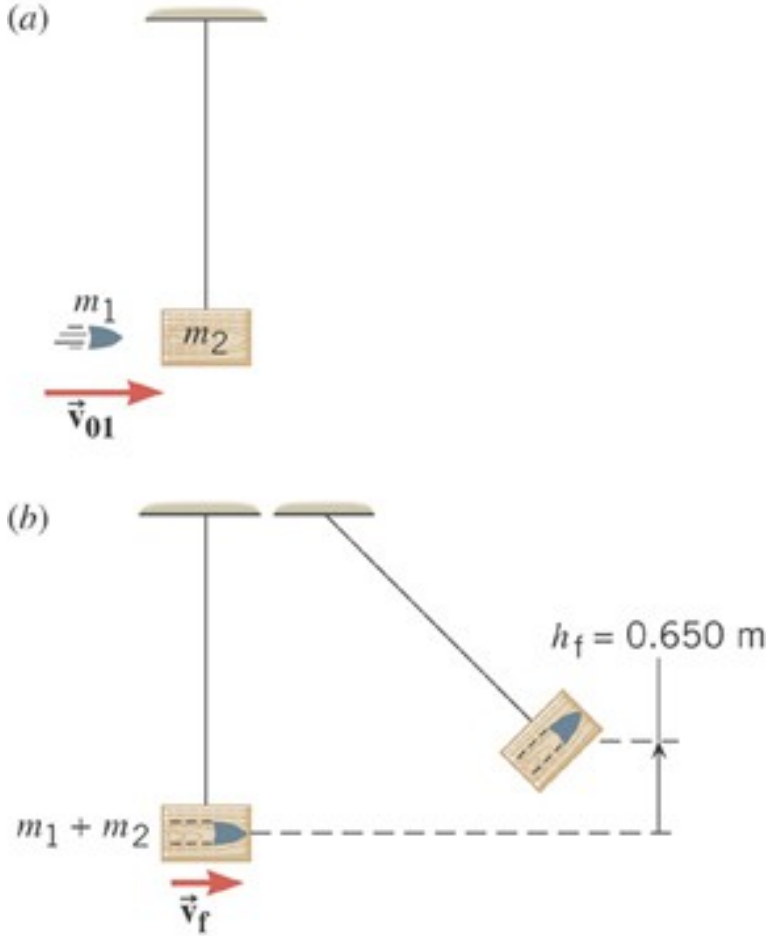


(*c*) Completely inelastic collision

Ejemplo. Péndulo balístico

La masa del bloque de madera es 2.50-kg y la masa de la bala es 0.0100-kg. El bloque se balancea hasta una altura máxima de 0.650 m sobre la posición nicial.

Encontrar la rapidez final de la bala.



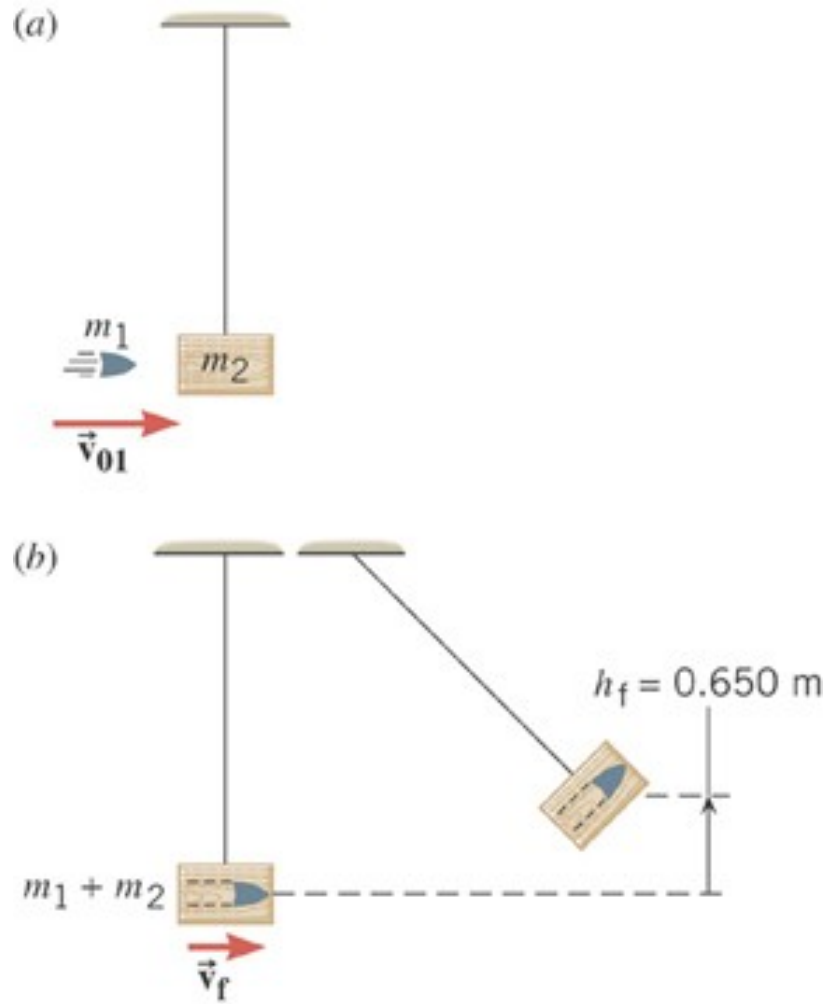
Aplicamos la conservación de la cantidad de movimiento “durante la colisión”:

$$P_f = P_o$$

$$m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2} = m_1 v_{o1} + m_2 v_{o2}$$

$$(m_1 + m_2) v_f = m_1 v_{o1}$$

$$v_{o1} = \frac{(m_1 + m_2) v_f}{m_1}$$



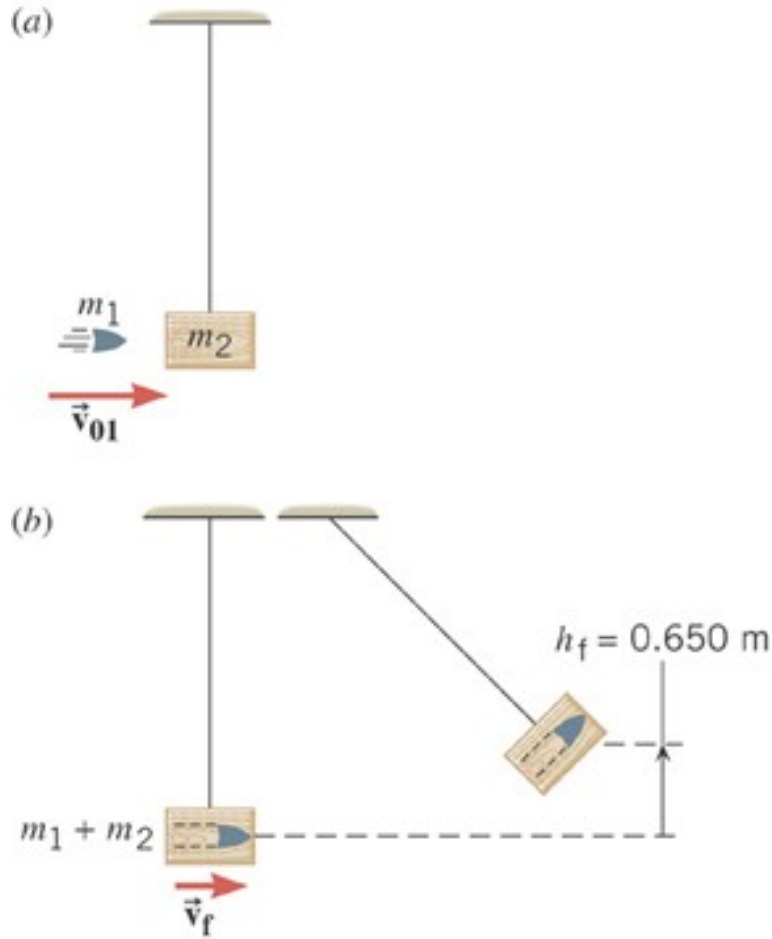
Aplicamos la conservación de la energía mecánica (E) en el movimiento de subida (luego de la colisión):

$$E_f = E_o$$

$$mgh = \tfrac{1}{2}mv^2$$

$$(m_1 + m_2)gh_f = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2$$

$$gh_f = \tfrac{1}{2}v_f^2$$

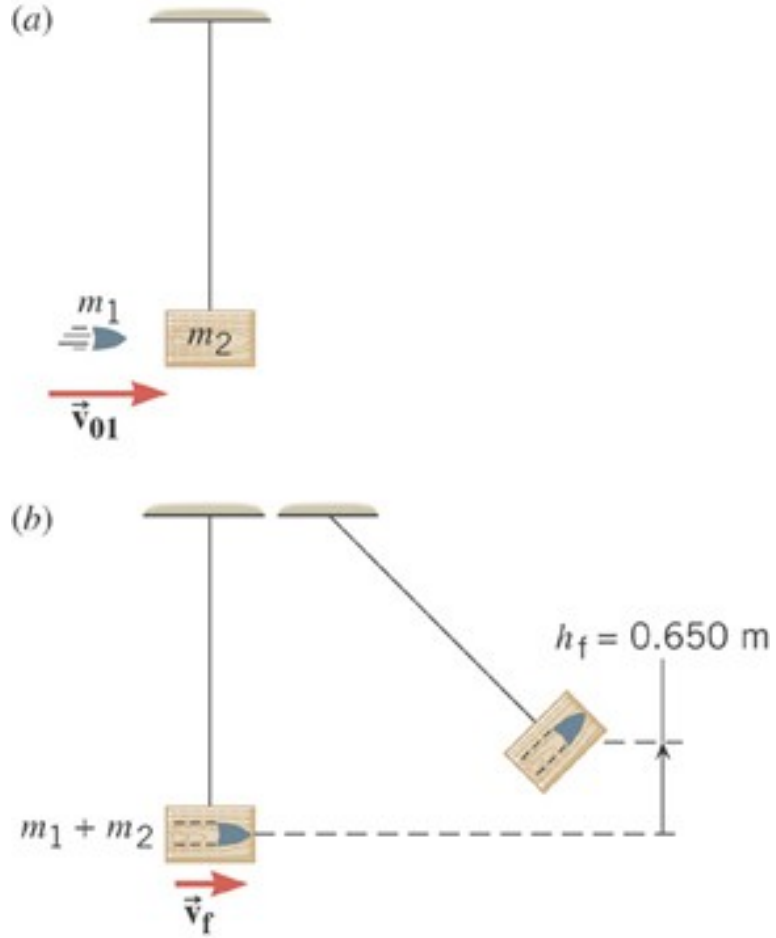


$$v_f = \sqrt{2gh_f} = \sqrt{2(9.80\,\mathrm{m/s^2})(0.650\,\mathrm{m})}$$

7.3 Colisiones en una dimensión

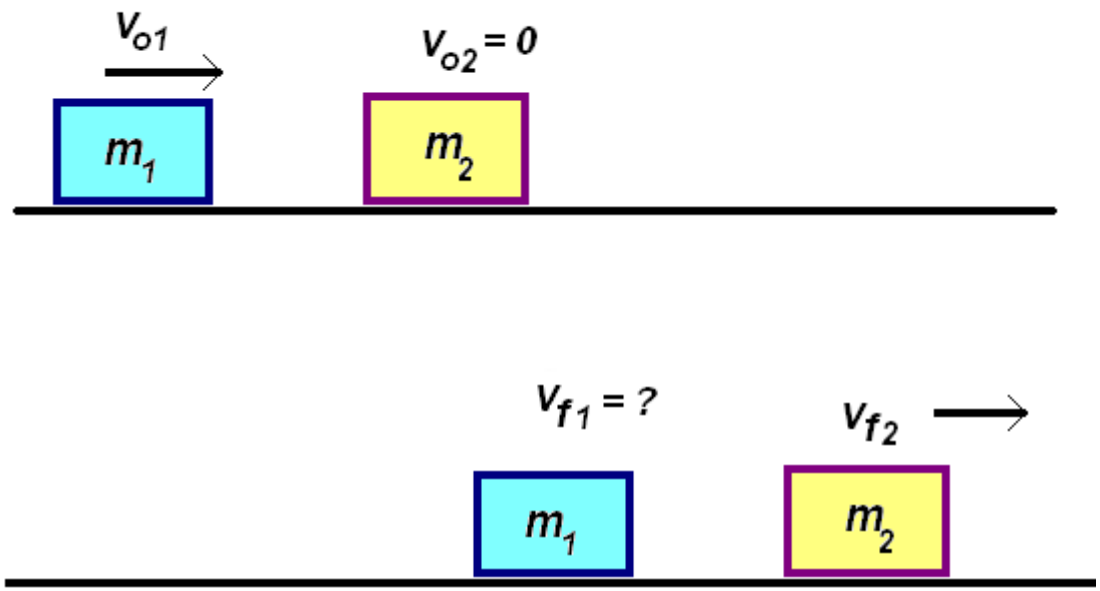
$$v_f = \sqrt{2\left(9.80\,\mathrm{m/s^2}\right)\left(0.650\,\mathrm{m}\right)}$$

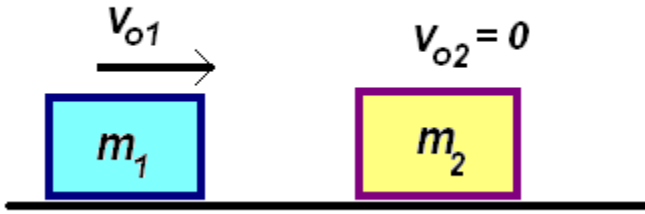
$$v_{o1} = \frac{\left(m_1 + m_2\right)v_f}{m_1}$$



$$v_{o1} = \left(\frac{0.0100\,\mathrm{kg} + 2.50\,\mathrm{kg}}{0.0100\,\mathrm{kg}}\right)\sqrt{2\left(9.80\,\mathrm{m/s^2}\right)\left(0.650\,\mathrm{m}\right)} = +896\,\mathrm{m/s}$$

Ejemplo. Colisión elástica de dos bloques que deslizan sobre una superficie horizontal, con fricción despreciable .





$$P_f = P_o$$

$$m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2} = m_1 v_{o1} + m_2 v_{o2}$$

$$m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2} = m_1 v_{o1} + m_2 v_{o2} \qquad \textbf{(1)}$$

$$E_f = E_o$$

$$m_1 v2_{f1} + m_2 v2_{f2} = m_1 v2_{o1} + m_2 v2_{o2} \qquad \textbf{(2)}$$

$$\boxed{v_{f1} = \frac{(m_1 - m_2) v_{o1}}{m_1 + m2}}$$

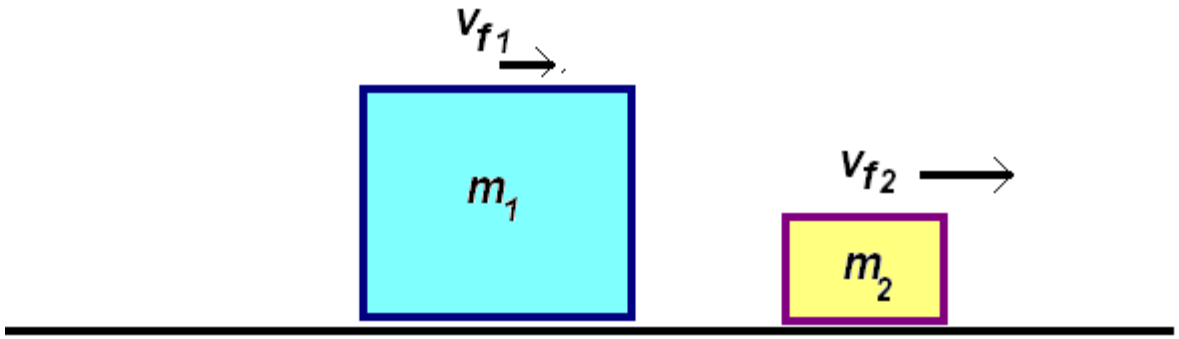
$$\boxed{v_{f2} = \frac{(2m_1) v_{o1}}{m_1 + m2}}$$

7.3 Colisiones en una dimensión

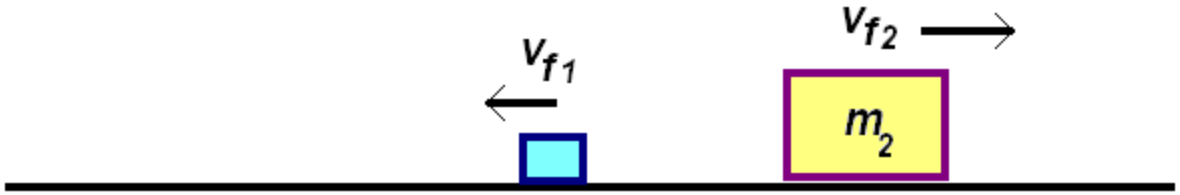
$$v_{f1} = \frac{(m_1 - m_2)v_{o1}}{m_1 + m2}$$

$$v_{f2} = \frac{(2m_1)v_{o1}}{m_1 + m2}$$

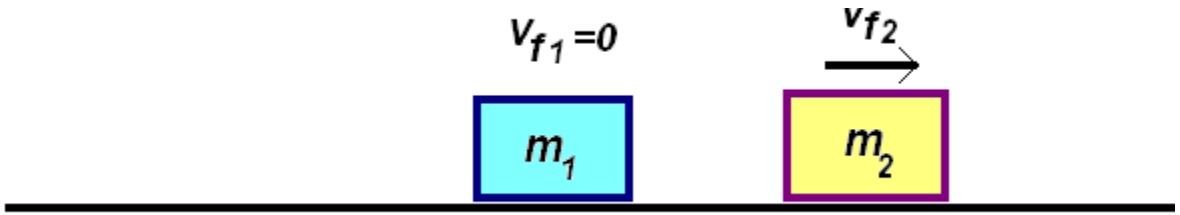
m1 > m2



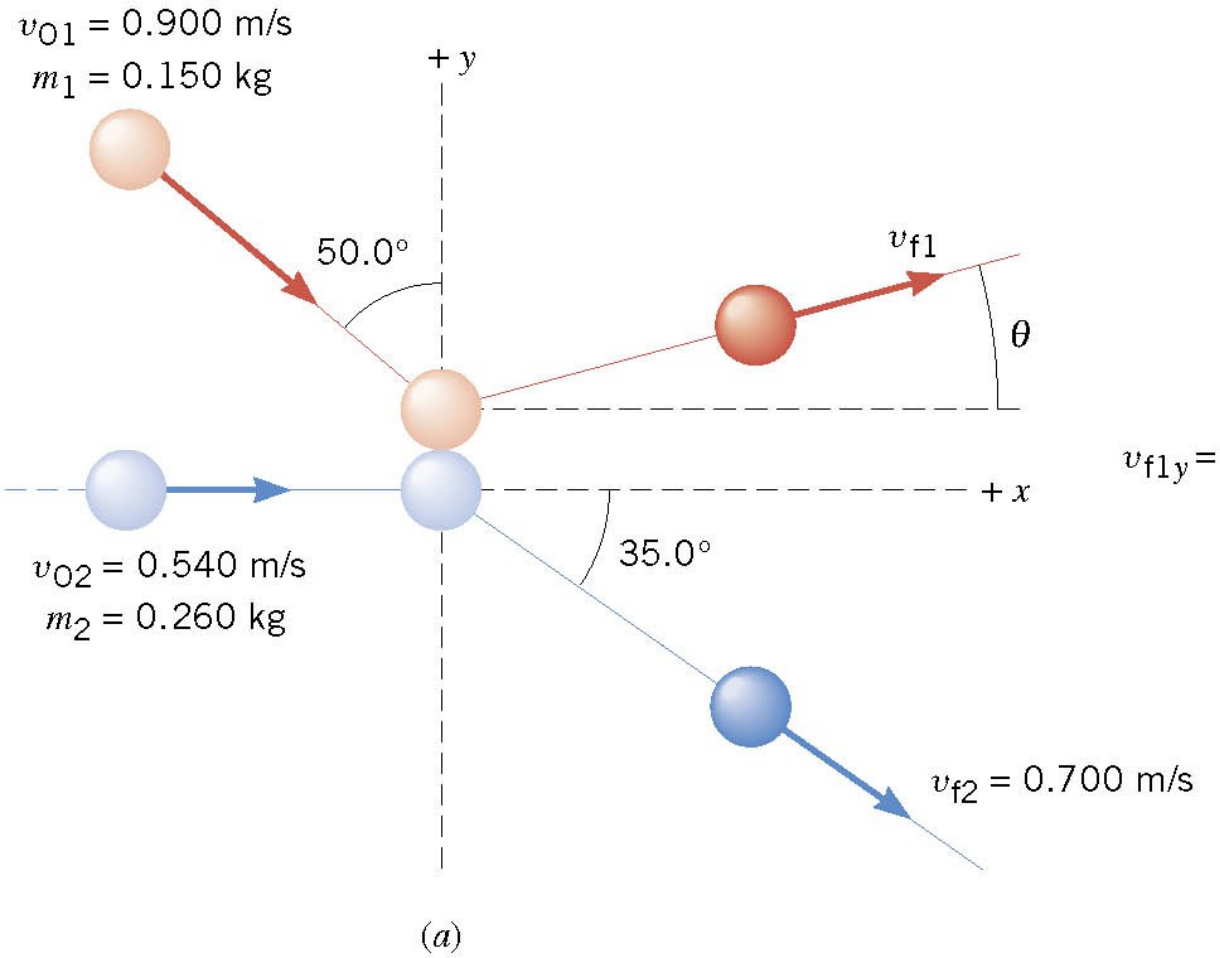
m1 < m2

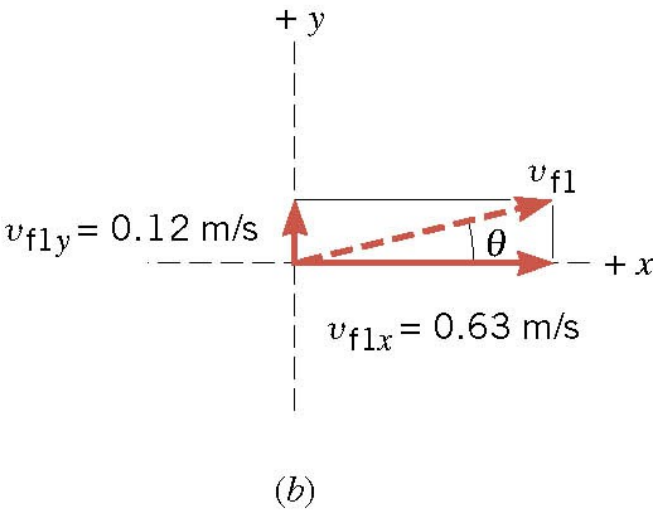


m1 = m2



Colisión en dos dimensiones

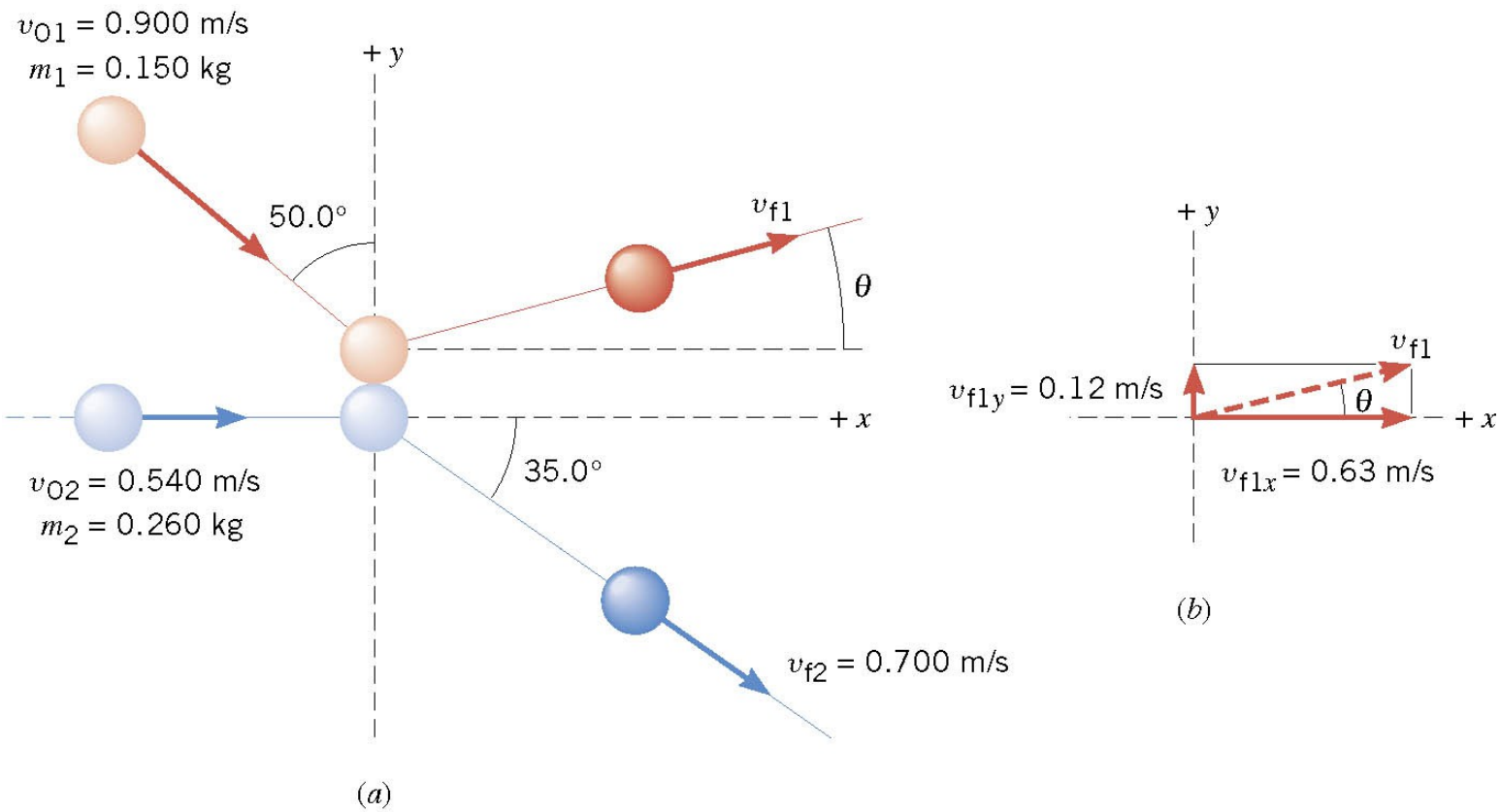




7.4 Colisiones en dos dimensiones

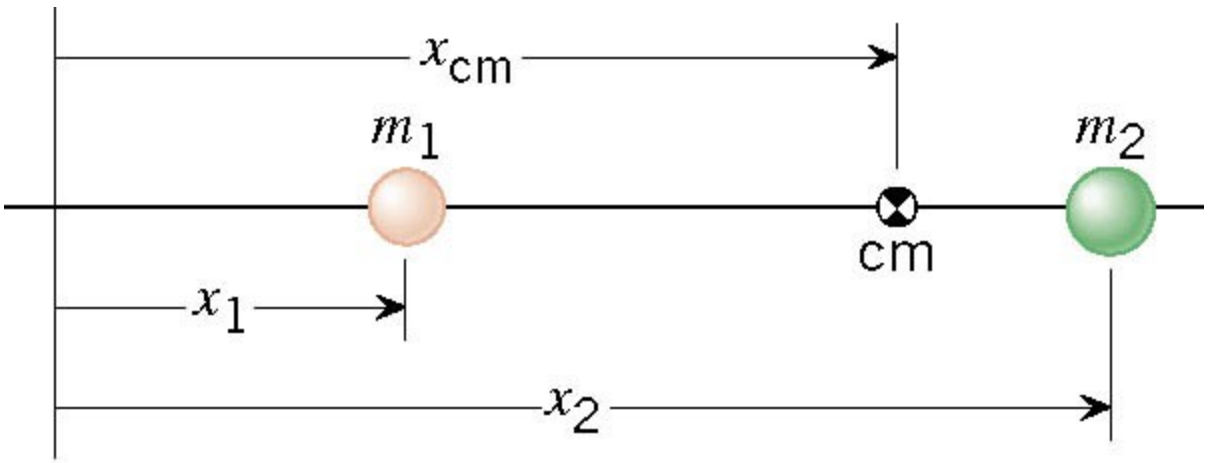
$$\sum p_{(final)x} = \sum p_{(inicial)x} \Rightarrow m_1 v_{f1x} + m_2 v_{f2x} = m_1 v_{o1x} + m_2 v_{o2x}$$

$$\sum p_{(final)y} = \sum p_{(inicial)y} \Rightarrow m_1 v_{f1y} + m_2 v_{f2y} = m_1 v_{o1y} + m_2 v_{o2y}$$



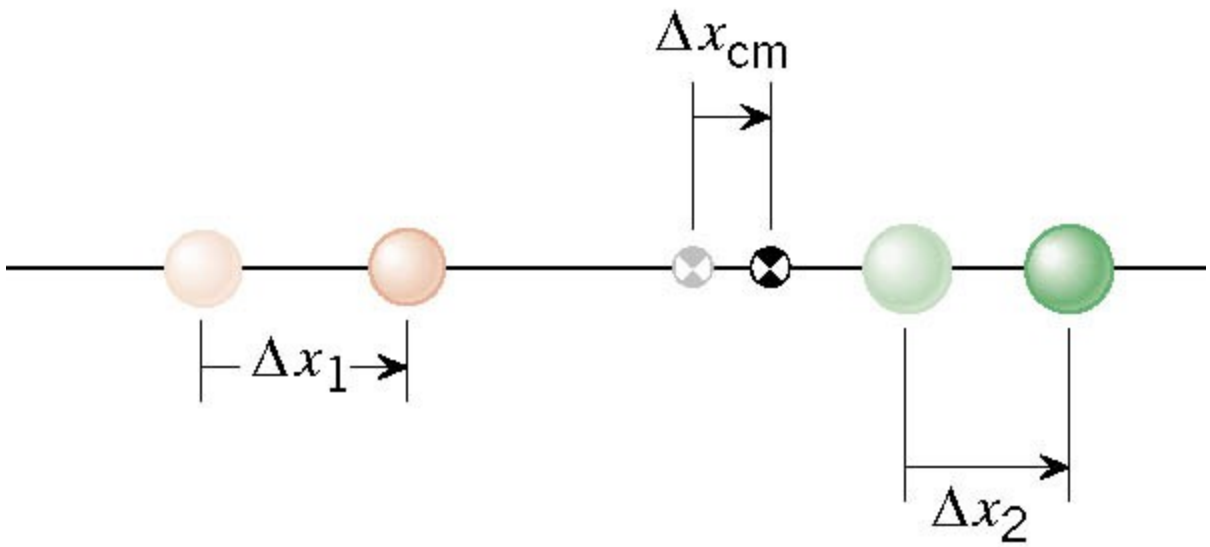
7.5 Centro de masa

El ***CENTRO de MASA*** es un punto que representa la ubicación media para la masa total de un sistema.



$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

7.5 Center of Mass



$$\Delta x_{cm} = \frac{m_1 \Delta x_1 + m_2 \Delta x_2}{m_1 + m_2} \xrightarrow[\Delta t \to 0]{} \boxed{v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}}$$

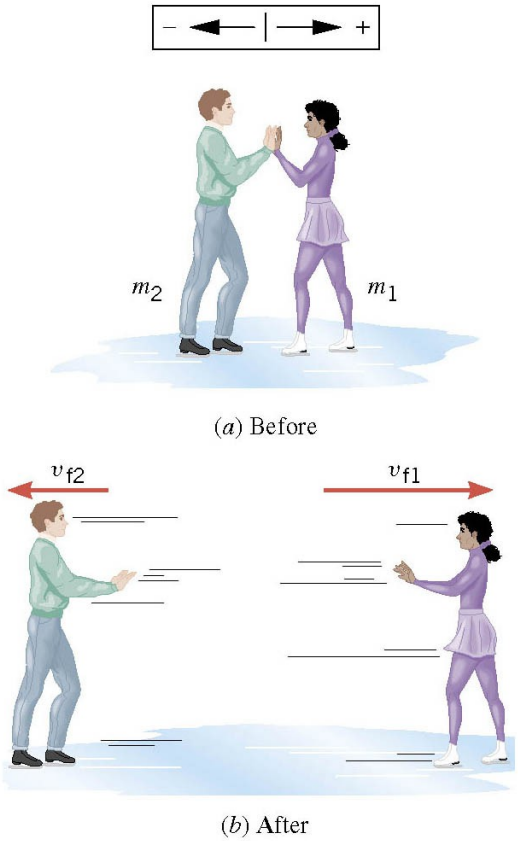
$$\boxed{v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}}$$

En un sistema aislado, la cantidad de movimiento total no cambia, entonces, la ***velocidad del CM no cambia***.

$$P = v_{CM}\underbrace{(m_1 + m_2)}_{\text{Masa total}} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = p_1 + p_2$$

DESPUÉS

$$v_{cm} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 0$$



(*a*) Before

(*b*) After

DESPUÉS

$$v_{cm} = \frac{(88\,\text{kg})(-1.5\,\text{m/s}) + (54\,\text{kg})(+2.5\,\text{m/s})}{88\,\text{kg} + 54\,\text{kg}} = 0.002 \approx 0$$

$$\boxed{P = v_{CM}(m_1 + m_2) = m_1 v_1 + m_2 v_2 = p_1 + p_2}$$

- El momento lineal total de un sistema de partículas es igual al momento lineal que tendría la masa total del sistema situada en el ***CM***, por lo que **el movimiento de traslación** del sistema de partículas está representado por el de su ***CM***.
- El ***CM*** es un punto que se mueve como si toda la masa del sistema estuviese concentrada en él.
- El ***CM*** es donde puede considerarse ***aplicada la Fuerza neta.***
- La ***aceleración del centro de masas*** de un sistema de partículas es debida únicamente a las ***fuerzas externas*** que actúan sobre el sistema.